

## ZOLTAN PAUL DIENES E O ENSINO DE FRAÇÕES: uma análise dos saberes *a ensinar e para ensinar* em suas obras (1960-1970)

Armando Freitas Tramontano<sup>1</sup>

Denise Medina França<sup>2</sup>

### INTRODUÇÃO

Este trabalho alinha-se às pesquisas realizadas pelo Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática – GHEMAT Rio em seu projeto chamado *Uma caracterização da Matemática a ensinar e para ensinar em publicações do Laboratório de Currículo do Estado do Rio de Janeiro (1975-1983)*. O Grupo tem realizado pesquisas de iniciação científica, mestrado e doutorado no acervo<sup>3</sup> do Laboratório de Currículos e o nome de Zoltan Paul Dienes figura em diversas destas obras. A relevância do trabalho do LC e as contribuições de Dienes levam-nos a buscar entender como se deu a sistematização das ideias de Zoltan Paul Dienes, sobre o ensino de frações, nas publicações do LC, nas décadas de 1960 e 1970. Cumpre observar que tais objetivos alinham-se aos estudos da tese em desenvolvimento cujo título é *Zoltan Paul Dienes e a matemática do ensino de frações: uma análise histórica do saber profissional do professor que ensina matemática, em publicações oficiais do Estado do Rio de Janeiro (1960-1970)*, onde buscamos compreender os saberes *a ensinar frações e para ensinar frações* sistematizados em publicações oficiais dirigidas a professores das séries iniciais do estado do Rio de Janeiro, nas décadas de 1960 e 1970.

Devido ao limite que nos impõe nesse texto, buscamos responder à seguinte questão: como os saberes *a ensinar frações e para ensinar frações* são sistematizados nas obras de Zoltan Paul Dienes, na década de 1970?

Temos como hipótese que a análise do trabalho de Dienes possibilita a compreensão do processo de sistematização de saberes de referência historicamente, fato que pode nos

---

<sup>1</sup> Doutorando em Educação pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Professor na Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0315-1173>. E-mail: [ftarmando@gmail.com](mailto:ftarmando@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo; Professora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1649-5816>. E-mail: [denisemedinafranca@gmail.com](mailto:denisemedinafranca@gmail.com).

<sup>3</sup> Todo o material que temos acesso referente ao acervo do Laboratório de Currículos encontra-se no Repositório Institucional da UFSC: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>.

levar a inferir os saberes que circularam no Rio de Janeiro nas décadas 1960 e 1970 e pode contribuir para a elaboração de novos saberes docentes na formação do professor que ensina matemática.

Inferimos que Dienes (cujas diversas obras foram traduzidas e publicadas no Brasil, entre as décadas de 1960 e 1970) tenha influenciado diretamente as produções curriculares da cidade do Rio de Janeiro, na época. Fazemos tal afirmação apoiados em alguns autores (França, 2019; Soares, 2014; Crespo, 2016). No entanto, em estudos futuros, pretendemos analisar os documentos históricos (reformulações curriculares<sup>4</sup> e orientações pedagógicas) da Secretaria do Estado de Educação do Rio de Janeiro a fim de verificar estas influências.

Pesquisar acerca do trabalho de Zoltan Dienes, no Brasil, leva-nos diretamente às décadas de 1960 e 1970. No Brasil e em outros países, na década de 1960, o ensino de matemática passou a sofrer influências do chamado Movimento da Matemática Moderna – MMM, “que buscava aproximar a Matemática ensinada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área” (Silva, 2006, p. 51) o que, nas palavras de Valente (2006, p. 28), significava “diminuir as distâncias entre o saber dos matemáticos e aquele dos currículos escolares”.

Na busca de outras fontes ou documentos que complementassem os materiais que possuíamos, após andar por acervos e algumas ligações telefônicas, chegamos ao professor José Guilherme Peixoto Barbosa que nos recebeu em sua casa para falar das experiências com Zoltan Dienes, no Brasil.

Nosso contato com o referido professor traz informações relevantes da atuação de Dienes com crianças e professores, na formação docente, no Rio de Janeiro. Além disso, essa relação com o professor José Guilherme indica-nos possibilidades para entender como o ideário de Dienes chegou aos professores do estado do Rio de Janeiro e foi levado para cursos de formação de professores que ensinam matemática.

## **REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO**

Esse estudo situa-se no âmbito da História da educação matemática – Hem, aqui considerada como campo disciplinar e profissional e alinha-se a pesquisas nacionais e internacionais de autores que se dedicam à análise da profissionalização docente (Hofstetter;

---

<sup>4</sup> Publicações do Laboratório de Currículos do Rio de Janeiro.



Schneuwly, 2017, 2020; Borer, 2017; Valente, 2020), pois “a profissionalização de um ofício implica que os saberes científicos de um campo específico (por exemplo, educação) possam assumir gradualmente os emblemas institucionais de um campo disciplinar” (Hofstetter; Schneuwly, 2020, p. 20).

Por se tratar de uma pesquisa sócio-histórica, buscamos amparar nossas discussões em De Certeau (2020, p. 67) que nos guia no fazer historiográfico e na construção adequada dos objetos de pesquisa, pois segundo o autor, o historiador “trabalha sobre um material para transformá-lo em história”. Ancorados por De Certeau (2020), trazemos Valente (2021) para auxílio na construção da pesquisa sócio-histórica, na dinâmica de “produção de novos saberes tendo em vista o ensino e a formação de professores” (p. 28) e no constructo da *matemática do ensino* (Valente, 2021), pois como observado por Valente (2021, p. 28) “o espaço da produção dessa matemática é dado pelas interações e tensões existentes entre diferentes campos”. Cumpre dizer que, como esclarecem Moraes, Bertini e Valente (2021, p. 17), “a matemática do ensino analisa processos e dinâmicas de constituições dos saberes escolares, da matemática presente na escola, da matemática do ensino”.

Sendo uma pesquisa no campo da História da educação matemática, consideramos que a escola é produtora de saberes, ancorados no conceito de *cultura escolar* postos por Julia (2001), que nos auxilia a compreender os processos históricos de constituição do saber docente no contexto escolar. Dedicamo-nos aos saberes sistematizados em textos normativos, pois ainda segundo Julia (2001, p. 19), “não existe na história da educação estudo mais tradicional que o das normas que regem as escolas ou os colégios, pois nós atingimos mais facilmente os textos reguladores e os projetos pedagógicos que as próprias realidades”. Dessa forma, coadunando com Julia (2001), dentre nossos objetivos está a análise das obras de Dienes e dos documentos normativos, pois acreditamos que tais documentos possibilitam, além do exame das normas, a investigação de orientação de práticas escolares para professores em contexto histórico, como métodos de ensino, métodos avaliativos, organização do espaço escolar, dentre outros aspectos.

Buscando compreender a sistematização dos saberes historicamente, recorreremos aos estudos de Hofstetter e Schneuwly (2017) acerca dos saberes *a ensinar* e *para ensinar*, que, segundo os autores, são dois tipos de saberes que se referem à profissão docente: os saberes

a ensinar “são os objetos do seu trabalho; e os saberes *para ensinar*, em outros termos, os saberes que são as ferramentas do seu trabalho” (Hofstetter; Schneuwly, 2017, p. 132).

Assim, partimos da hipótese teórica de que há saberes de duas naturezas no que se refere ao ensino e à formação de professores: saberes *a ensinar* e saberes *para ensinar*. A tese refere-se à construção teórica de que existe uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar* estruturadas teoricamente pelo pesquisador. Valente (2018) afirma que na articulação entre os saberes *a ensinar* e *para ensinar* encontram-se os saberes profissionais que se referem aos saberes de formação de professores e aos *saberes objetivados*.

Como pretendemos capturar os saberes *a ensinar* e *para ensinar* fração nas publicações de Zoltan Dienes, estamos interessados na caracterização destes saberes e na historicidade da profissão docente, ou seja, na profissão do professor que ensina matemática. Portanto, cabe-nos buscar *saberes objetivados* que sustentem a caracterização uma *matemática a ensinar fração* e uma *matemática para ensinar fração*. Deste modo, é emergente considerarmos que a profissionalização tem relação com a organização oficial, com as exigências para o exercício da profissão (os saberes necessários, os saberes sistematizados, os saberes objetivados etc.). Assim, consideramos ser possível a busca de elementos dos saberes profissionais do professor que ensina matemática em documentos oficiais.

## ANÁLISES

Trazemos análises das obras Frações (Dienes, 1971a) e Frações: fichas de trabalho (Dienes, 1971b), distribuídas pelo MEC durante a vigência do MMM no Brasil (França *et al.*, 2022).

**Figura 1** – Capa dos livros de Dienes acerca do trabalho com frações



Fonte: Dienes (1971a) e Dienes (1971b).

Na obra Dienes (1971a) o autor inicia a discussão sobre a necessidade do trabalho com os conceitos relacionados ao ensino de frações na mais tenra idade e salienta que é tarefa da escola dar conta desses objetivos, pois as propriedades das frações não são percebidas pela criança em seu ambiente natural (Dienes, 1971a, p. 1).

Dienes (1971a) faz observações importantes sobre o caráter arbitrário na escolha da unidade ao contar um grupo de objetos e, em suas palavras, destacamos a possibilidade de arbitrar a criação de inteiros diferentes usando um conjunto de 26 crianças. Nos livros citados, Dienes anuncia os saberes necessários para o início do trabalho com frações.

Analisando os estudos de França (2019), podemos inferir que Dienes traz para a obra Frações (1971a) suas contribuições acerca da compreensão sobre o conceito de número, pois ele diz que o conjunto união terá cardinalidade de dois terços. Observemos que o autor está se referindo à fração como um conceito discreto quando ressalta a importância de olhar para o número de elementos do conjunto.

Dessa forma, apropriamo-nos dos estudos de França (2019), para apresentar o conceito e a construção do número a partir de Dienes (1967), pois o autor caminha na construção das ideias de fração como cardinalidade do conjunto união das partes de um inteiro. Aqui, cumpre trazer a definição do conceito de fração a partir das ideias do autor:

Uma fração pode ser considerada como a descrição de um estado de coisas ou, então, como uma ordem, isto é, o resultado de uma ordem para executar uma operação. “Dois terços” pode significar que descrevemos os dois terços de qualquer coisa. Isto é o estado de coisas. Ou poderíamos dizer: “Tome dois terços do objeto em questão, seja o que fôr” (DIENES, 1971a, p. 2).

Ou seja, Dienes sugere duas formas de considerar a fração: primeiramente, tomada como um estado (descrição de uma coisa; metade de uma fruta;  $\frac{2}{3}$  de um grupo de pessoas; a indicação de uma quantidade); em seguida, como um operador, dando o sentido de transformação ou aplicação.

Para Dienes, verdadeiramente, ao tomar  $\frac{2}{3}$  de algo se realizam duas operações, uma em seguida da outra. A primeira operação é uma divisão por três e a segunda operação, uma multiplicação por dois. Dienes diz que “a ordem para tomar dois terços é a ordem para executar duas operações sucessivas. A primeira é uma divisão por três, a segunda, uma multiplicação por dois” (Dienes, 1971a, p. 2).

Apreendemos com De Certeau (2020) que a trajetória pode tomar outro direcionamento com o caminhar da pesquisa. Assim, percebemos a necessidade de olhar anteriormente para o livro *conjuntos, números e potências* (Dienes; Golding, 1974) visando entender os conceitos já estruturados pela criança, pois outro ponto a ser considerado, além do conceito de *arbitrariedade da unidade*, apresentado anteriormente, para abordagem do conceito de fração é necessário recorrer a estruturas já desenvolvidas pelo aluno em atividades com operações: cadeias, estados e operadores.

Apresentamos, conforme Dienes (1971a), uma cadeia de “estados” e “operadores” aplicada a uma situação problema. Tomamos como exemplo um saco de 36 feijões e representamos, esquematicamente, como sugerido por Dienes (1971a), o número 36 como o estado-unidade<sup>5</sup>. O estado obtido pelo operador “dividir por três” será 12. Seguindo, pode-se aplicar o operador “multiplicar por dois” e se obtém o estado 24 como resultado. Temos, novamente, o estado de dois terços que, esquematicamente, podemos representar usando as cadeias sugeridas por Dienes (1971a).

**Figura 2** – Cadeia de estados e operadores (estado de dois terços de 36)

Est.-unidade	Oper.	Est.	Oper.	Est. (⅔)
36	: 3	12	x 2	24

**Fonte:** Adaptação da cadeia proposta por Dienes (1971b).

Após o trabalho de cadeias com números inteiros, Dienes (1971a) introduz a notação da fração, utilizando o estado-unidade como 1 e o operador “dividir por 3”. Assim, surge a fração  $1/3$ . Quando se queira, a partir do operador “multiplicar por 2”, chega-se à fração  $2/3$  (“estado de dois terços”).

Dienes (1971a) observa que o trabalho com frações somente deve continuar após as estruturas referentes aos conceitos de arbitrariedade da unidade, estado-unidade, operador e cadeias estejam desenvolvidas pela criança.

## ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Inicialmente, buscamos compreender a sistematização do ensino do conceito de fração a partir das ideias de Dienes (1971a, 1971b), com a intenção de entender como se deu

<sup>5</sup> Para o autor, o estado-unidade é o que conhecemos como inteiro.

a relação entre os saberes *a ensinar* e *para ensinar* nestas obras. Em estudos futuros, temos interesse em saber quais foram (e se houve) influências do MMM para essas orientações, nesse período.

Nossas primeiras análises sobre as obras levam-nos a constatar que o autor sugere o trabalho com cadeias de adição e subtração de números inteiros e com o encurtamento destas cadeias, antecedendo a introdução das cadeias com frações, possivelmente para que os alunos possam se familiarizar com as cadeias antes de mudar o conjunto numérico.

**Figura 3** - Cadeia longa (raciocínio mais simples)

Est.	Oper.	Est.	Oper.	Est.	Oper.	Est.	Oper.	Estado
5	+2	7	-3	4	+5	9	-1	8

Fonte: Dienes (1971a, p. 3).

Inferimos que o encurtamento da cadeia citado tenha também o objetivo de aplicação das propriedades das operações buscando outras formas de registro e simplificação para procedimentos mais adequados. Nesta cadeia, notamos a aplicação da propriedade associativa, ou seja,  $(5 + 2) - 3 = 5 + (2 - 3) = 5 - 1 = 4$ .

**Figura 4** - Cadeia encurtada

Est.	Oper.	Est.	Oper.	Est.	Oper.	Est.
5	-1	4	+5	9	-1	8

Fonte: Dienes (1971a, p. 3).

Outro fato a destacar na obra *Frações: fichas de trabalho* (Dienes, 1971b) é a importância dada ao respeito na sequência de atividades, organizadas de forma a levar a criança à construção de novas estruturas a partir das estruturas já existentes.

O trabalho com as frações precisa ser iniciado com o tratamento do conceito de *arbitrariedade da unidade*. Ademais, identificamos conceitos que devem ser tratados antes da abordagem das frações como o trabalho com conjuntos e seus elementos e a compreensão das cadeias de estados e operadores.

## REFERÊNCIAS

CERTEAU, M. de. **A Invenção do Cotidiano – Artes de Fazer**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2020, cap. II.

CRESPO, Regina Márcia Gomes. **Educação pública fluminense pós-fusão dos estados do Rio de Janeiro e da Guanabara**: uma análise da política educacional do governo Faria Lima, 1975-1979. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Sociologia Política, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

DIENES, Z. P. **Frações**. Traduzido por M. P. B. de M. Charlier; R. F. J. Charlier. Supervisão do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM - São Paulo. São Paulo: Herder, 1971a, 55p.

DIENES, Z. P. **Frações: fichas de trabalho**. Traduzido por M. P. B. de M. Charlier; R. F. J. Charlier. Supervisão do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática - GEEM - São Paulo. São Paulo: Herder, 1971b, 92p.

FRANÇA, D. M. **Matemática nas séries iniciais**: o que mudou? Curitiba: Appris, 2019.

FRANÇA, D., *et al.* O Sesquicentenário e o Projeto de nação da Ditadura (1964-1985). In: Limeira, A. M.; SILVA, E. O. C; GONDRA, J. G. (Orgs.). **Independência e Instrução no Brasil**. 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora EdUERJ, 2022.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. IN: Hofstettr, R.; Valente, W. R. (Orgs.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência), p.113-172.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, SP, n. 1, jan. /jun. 2001.

MORAIS, R.S.; BERTINI, F.; VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações**: do século XIX à BNCC. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

SILVA, M. C. L. Movimento da Matemática Moderna: Possíveis Leituras de uma Cronologia. In: **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.18, p.49-63, mai./ago. 2006 Disponível em: <https://encurtador.com.br/svHJR>. Acesso: 16 mar./2024.

SOARES, E. T. P. **Zoltan Paul Dienes e o sistema de numeração decimal na cultura escolar paranaense (1960-1989)**. 288p. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2014.

VALENTE, W. R. A Matemática Moderna nas escolas do Brasil: um tema para estudos históricos comparativos. In: **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.18, p.19-34, mai./ago. 2006.

VALENTE, W. Processos de Investigação Histórica da Constituição do Saber Profissional do Professor que Ensina Matemática. In: **Acta Scientiae Canoas**, v.20 n.3 p.377-385 mai./jun. 2018.

VALENTE, W. R. Matemática, Educação e História da Educação Matemática: campos disciplinares e o saber profissional do professor que ensina matemática. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Ciências da Educação, Campos Disciplinares e Profissionalização**: saberes em debate para a formação de professores. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2020.

**Palavras-chave**: Fração; Rio de Janeiro; Formação de professores.