

## **TABULEIRO DE XADREZ DE JOHN NAPIER: uma Tabela de Multiplicações**

Jeniffer Pires de Almeida<sup>1</sup>  
Pedro Henrique Sales Ribeiro<sup>2</sup>  
Ana Carolina Costa Pereira<sup>3</sup>

### **INTRODUÇÃO**

A aproximação entre a História da Matemática e a Educação Matemática tem sido debatida por pesquisadores brasileiros desde, pelo menos, as últimas décadas do século XX. Dentre as diferentes formas de articular essas duas áreas, destaca-se nesse estudo a Interface entre História da Matemática e Ensino (IHEM), proposta desenvolvida por Saito e Dias (2013, p. 92), que se constitui em “um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”.

Tal concepção tem como base uma perspectiva historiográfica atualizada, que é caracterizada pela “necessidade de se compreender o processo da construção do conhecimento matemático por meio de acurada investigação” (Saito, 2015, p. 26). Assim, a proposta da IHEM, apoiada nessa historiografia, busca olhar para um documento histórico a partir de três esferas: contextual, historiográfica e epistemológica. Ressalta-se aqui a esfera epistemológica, que, segundo Oliveira (2023, p. 27) “está ligada a uma análise epistêmica interna do documento [...] como forma de compreender o conteúdo do documento situado em seu período e em seu contexto de elaboração”.

Isto posto, através dessa proposta, é possível analisar as diferentes interpretações e manipulações de um conteúdo matemático, construindo reflexões sobre os conceitos que a envolvem, os quais, na maioria das vezes, não são evidentes em seu ensino. Portanto, a partir dessa articulação, essas questões podem ser exploradas com a utilização de diferentes recursos, entre eles os denominados instrumentos matemáticos.

---

<sup>1</sup> Mestra em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5532-8933>. E-mail: [jeniffer.almeida@aluno.uece.br](mailto:jeniffer.almeida@aluno.uece.br)

<sup>2</sup> Mestrando em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9270-5339>. E-mail: [henrique.ribeiro@aluno.uece.br](mailto:henrique.ribeiro@aluno.uece.br)

<sup>3</sup> Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professora Associada da Universidade Estadual do Ceará (UECE). ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>. E-mail: [carolina.pereira@uece.br](mailto:carolina.pereira@uece.br)

Dessa forma, esse estudo tem como objetivo apresentar um breve estudo epistemológico em torno do instrumento matemático Tabuleiro de Xadrez de John Napier (1550 – 1617), a partir de sua utilização para a operação de multiplicação. Nesse sentido, com base nesse estudo, evidencia-se esse instrumento como uma variação de ábacos conhecidos como Tabelas de Multiplicação, que emergem características matemáticas que podem favorecer a compreensão dos conceitos em torno da operação de multiplicação.

## **PROCESSO METODOLÓGICO**

Como procedimento metodológico desse estudo elaborou-se uma pesquisa documental, que se utiliza de uma fonte ou material original ainda não trabalhado, ou que pode ser revistado com novos objetivos (Prodanov; Freitas, 2013). Nesse sentido, escolheu-se como documento o tratado *Rabdologiae* (1617), que aborda, em seu último livro, intitulado *Aritmética de Localização*, o processo de construção e utilização do instrumento matemático foco desse estudo, o Tabuleiro de Xadrez.

É importante destacar que esse documento teve sua primeira versão escrita em latim e publicada em 1617, e, por essa razão, visando uma melhor compreensão do conteúdo descrito na obra, optou-se por utilizar uma versão em inglês, cuja tradução foi realizada por William Frank Richardson e republicada por Rice, González-Velasco e Corrigan, em 2017.

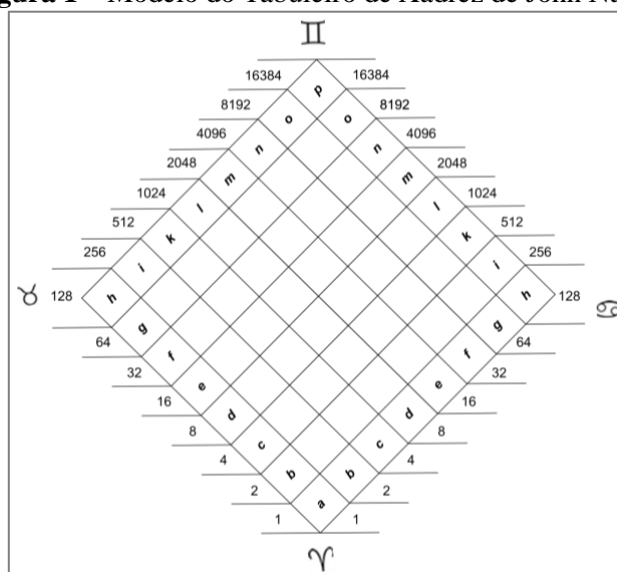
## **TABULEIRO DE XADREZ: Uma descrição de sua manipulação para a multiplicação**

Tendo sido elaborado pelo estudioso das matemáticas John Napier<sup>4</sup> entre os séculos XVI e XVII, o instrumento matemático denominado por Tabuleiro de Xadrez (Figura 1), foi um recurso destinado a facilitar a realização de operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) com *números naturais* no contexto do início da Idade Moderna, período no qual novas necessidades relacionadas a cálculos passaram a surgir (Napier, 2017).

---

<sup>4</sup> Nascido em 1550 e falecido em 1617, na cidade de Edimburgo, capital da Escócia, John Napier foi um estudioso das matemáticas que, dentre seus trabalhos, elaborou a primeira tabela de logaritmos, publicada em 1614, e desenvolveu três instrumentos para cálculos aritméticos, publicados no tratado *Rabdologiae*.

**Figura 1** – Modelo do Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Acerca da manipulação do Tabuleiro de Xadrez, foco deste estudo, o autor elabora um método denominado como *Aritmética de Localização*, no qual as operações são efetuadas por meio de regras determinadas, que dizem respeito à movimentação de contadores (ou peças) sobre o tabuleiro com base nos números dispostos nele.

A primeira característica do método *Aritmética de Localização* está relacionada a forma como os números são dispostos no tabuleiro, além disso, ressalta-se que esses números são representados por duas notações, a *local*, sendo escritos em forma alfabética, e a *comum*, na qual os números são escritos na forma usual (Almeida; Pereira, 2024).

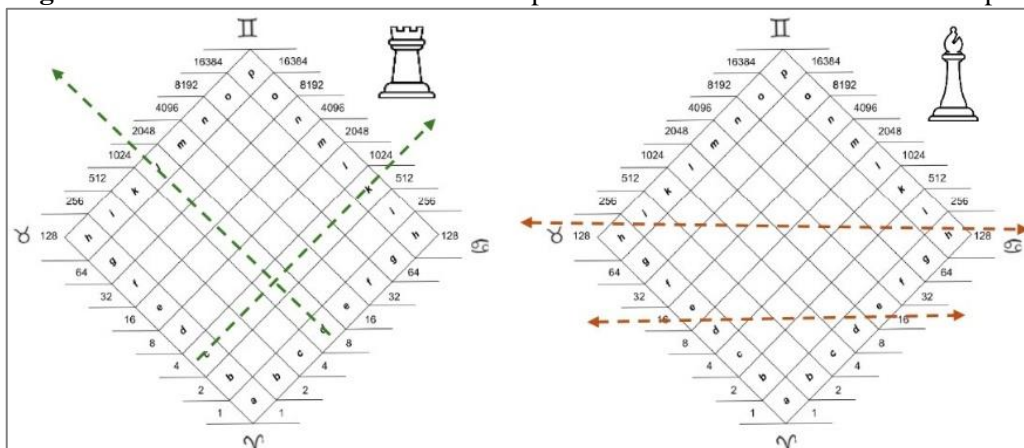
Tais números são dispostos (da direita para a esquerda e vice-versa) a partir de duplicações, iniciando por uma unidade, e, a cada *posição* (ou casas) do tabuleiro é atribuído um *número local*, que possui uma equivalência fixa com os *números comuns* dispostos às margens do tabuleiro, ou seja, o número 1 é representado pela letra **a**, o 2 pela letra **b**, o 4 pela letra **c**, e assim por diante" (Almeida; Pereira, 2023, p. 5).

Com base na forma numérica do método *Aritmética de Localização*, Napier (2017) descreve o processo chamado *conversões numéricas*, como uma forma de estabelecer relações entre os números em sua notação *local* e *comum*, uma vez que nem todos os números comuns apresentam uma notação local aparente no tabuleiro, como por exemplo os números comuns 3 e 5 (Almeida; Pereira, 2021).

Assim, o autor apresenta quatro métodos de *conversões*, entre eles o método por subtração, para converter um número comum em local, e o método por adição para realizar o processo inverso. O *método por subtração* “consiste em escolher a partir do número fornecido, um número na lateral do tabuleiro que seja mais próximo, porém menor que o primeiro, e, ao realizar a subtração entre eles, executar o mesmo processo com o restante” (Almeida; Pereira, 2020, p. 45), demarcando assim as letras dos valores que forem subtraídos. Já no *método por adição*, é necessário apenas somar os valores correspondentes às letras do número local. Por exemplo, o *número comum* 3 é subtraído por 2b e 1a, resultando no *número local* ba, e, ao somar seus números individuais, resulta no valor inicial.

Outra característica do método *Aritmética de Localização* é a forma de movimentação os contadores no Tabuleiro de Xadrez. Na operação de multiplicação tais movimentos ocorrem de duas formas, sendo a primeira delas a *reta*, semelhante ao *movimento da torre* no jogo tradicional de xadrez, cujos contadores se movimentam paralelos às laterais, e a segunda a *diagonal*, semelhante ao *movimento do bispo*, sendo especificado aqui o movimento diagonal que ocorre da direita para a esquerda ou o contrário, cujos *números locais* de cada uma das posições são iguais (Figura 2).

**Figura 2** – Os movimentos da torre e do bispo no Tabuleiro de Xadrez de John Napier



Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Portanto, a partir da compreensão desses procedimentos, é possível efetuar qualquer das operações aritméticas no Tabuleiro de Xadrez de John Napier, contudo, foca-se nesse estudo os procedimentos em relação a operação de multiplicação, cujas regras estão sintetizadas no Quadro 1 e representadas por meio do exemplo da multiplicação de 5 por 3.

Quadro 1 – O algoritmo da multiplicação no Tabuleiro de Xadrez de John Napier

REGRA	PROCESSO	EXEMPLO 5×3
1	Conversão dos fatores da operação para números locais	Representa-se o multiplicando 5 à esquerda do tabuleiro, com contadores nas margens das posições <b>c</b> e <b>a</b> (4+1), e o multiplicador à direita, com contadores às margens das posições <b>b</b> e <b>a</b> (2+1)
2	Marcação do multiplicando e multiplicador em diferentes margens do tabuleiro conforme os números locais encontrados na conversão	
3	Movimentação da torre com os contadores dispostos nas laterais do tabuleiro	Movimenta-se todos os contadores como a <i>torre</i> , com os contadores do multiplicando subindo para a direita e os do multiplicador subindo para a esquerda
4	Marcação das posições de interseção dos movimentos das torres	Demarca-se com novos contadores as posições de interseções desses movimentos, ou seja, nas posições <b>a</b> , <b>b</b> , <b>c</b> e <b>d</b>
5	Remoção dos contadores que indicam o multiplicador e multiplicando	Retira-se os contadores que estão às margens do tabuleiro
6	Movimento do bispo entre letras iguais com os contadores presentes nas diagonais do tabuleiro	Movimenta-se os contadores no interior do tabuleiro para uma de suas laterais com o mesmo <i>número local</i>
7	Indicação do produto em número local	Tem-se ao final a <i>notação local</i> <b>dcba</b> , como o produto da multiplicando que, ao converter para <i>número local</i> , equivale a 15 ( <b>d</b> =8, <b>c</b> =4, <b>b</b> =2, <b>a</b> =1)
8	Conversão do produto em número local para comum	

Fonte: Elaborado pelos autores (2024).

Para uma melhor visualização e compreensão dos processos que envolvem o cálculo da multiplicação no Tabuleiro de Xadrez, foi elaborado um material complementar<sup>5</sup> com um vídeo e imagens que explicam a realização da operação no instrumento. Desse modo, a partir dessa descrição e do estudo documental e epistemológico em torno do instrumento matemático Tabuleiro de Xadrez é possível observar algumas relações matemáticas que emergem de sua manipulação para a operação de multiplicação, que serão abordadas a seguir.

### TABULEIRO DE XADREZ: Um estudo epistemológico e matemático

Durante a Idade Média até início do século XVII relata-se a disseminação de produções e uso de ábacos para a realização das operações aritméticas. Em particular para a operação de multiplicação, dentre os recursos que se difundiram entre os séculos XVI e XVII, destacam-se as denominadas *Tabelas de Multiplicação*. Tais tabelas eram representadas por matrizes quadriculadas e comumente conhecida por Tabela Pitagórica,

<sup>5</sup> Disponível pelo link:

<https://drive.google.com/drive/folders/1NO5EeotJkoSwYcBGUrO8Qv9GkGaCOMsw?usp=sharing>

embora não haja fontes que comprovem a ligação entre esse tipo de recurso e o personagem histórico Pitágoras. Ademais, essas tabelas, na maioria das vezes, apresentavam sua descrição em textos, ou tratados, não direcionados para o uso comercial (Swetz, 1987).

Uma das principais características matemáticas dessas tabelas é o seu processo de desenvolvimento com base nas propriedades multiplicativas e sua utilização como uma forma de “tabuada”, buscando facilitar o processo dos cálculos de multiplicação, não sendo necessário a memorização dos múltiplos que aparecem durante o seu processo, estando esses já representados no aparato. Sua manipulação era realizada por diferentes métodos, dentre eles aquele denominado como *Multiplicação no Tabuleiro de Xadrez*, que conforme apresenta Swetz (1987, p. 205, tradução nossa) retrata “qualquer algoritmo de multiplicação baseado na disposição das entradas numéricas em células quadradas”. Nesses casos, as *Tabelas de Multiplicação* eram conhecidas por *Tabuleiro de Xadrez*, sendo uma das variações desses ábacos.

Dessa forma, apresenta-se nesse estudo o Tabuleiro de Xadrez de John Napier como um modelo de *Tabela de Multiplicação*, o qual é manipulado a partir de um algoritmo, ou conjunto de regras, determinado pelo método *Aritmética de Localização*, demonstrando propriedades e múltiplos baseados na forma numérica utilizada por esse método.

Com base nisso, pode-se elencar três características matemáticas na manipulação do Tabuleiro de Xadrez para a operação de multiplicação, considerando-o como uma Tabela de Multiplicação. A primeira delas está relacionada a forma como os valores são dispostos do tabuleiro, apresentando os *números locais*, que estão nas posições internas no tabuleiro, como produtos dos *números comuns*, dispostos nas laterais do instrumento.

Nesse sentido, as interseções dos movimentos das torres durante o cálculo podem ser definidas como *produtos parciais*, relacionados a multiplicação de cada fator do *número local* do multiplicando por cada fator do *número local* do multiplicador, que estão representados por contadores às margens do tabuleiro. Assim, ao final do cálculo, são, na verdade, realizadas adições com *resultados parciais*, conceito comum na utilização de *Tabelas de Multiplicação*.

A partir disso, levando em consideração que a soma desses produtos parciais é igual ao produto total da multiplicação, pode-se notar a presença da *propriedade distributiva* dessa operação. Tal propriedade pode ser visualizada no Tabuleiro de Xadrez de John Napier da

seguinte forma:  $(\alpha_1 + \dots + \alpha_n) \times (\beta_1 + \dots + \beta_n) = \alpha_1\beta_1 + \dots + \alpha_n\beta_1 + \dots + \alpha_1\beta_n + \dots + \alpha_n\beta_n$ . Nessa representação  $\alpha$  e  $\beta$  equivalem, respectivamente, ao multiplicando e ao multiplicador, representados com base na soma dos números dispostos no tabuleiro. Assim, no exemplo da multiplicação de 5 por 3 realizada no tabuleiro, pode-se perceber a visualização dos seguintes resultados:  $(4+1) \times (2+1) = 4 \times 2 + 4 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$ .

Seguindo, a segunda característica a se apresentar está relacionada ao motivo de Napier (2017) não determinar laterais fixas para o multiplicando e multiplicador, o que se justifica, primeiramente, pelos números nas laterais do tabuleiro, destinadas a representação dos fatores, não modificar e, em segundo, pela equivalência entre os *produtos parciais* encontrados, alterando somente sua posição. Essa questão pode ser associada a *propriedade comutativa* da multiplicação.

O último ponto a ser descrito diz respeito ao movimento do bispo na operação de multiplicação. Esse movimento é realizado entre letras iguais, de forma a não modificar seu número e valor e isso pode ser associado aos processos de equivalência da multiplicação. Ou seja, no exemplo realizado anteriormente, o contador presente na diagonal *dd*, que representa o produto de 4 por 2, pode ser movimentado para a lateral pois, ao realizar esse movimento, ele assume as seguintes igualdades:  $4 \times 2 = 2 \times 4 = 1 \times 8$ .

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos procedimentos técnicos da pesquisa documental, utilizando como fonte o tratado *Rabdologiae*, foi possível alcançar o objetivo desse estudo, e, desse modo, podemos concluir que uma das principais características da multiplicação realizada com *números naturais* no Tabuleiro de Xadrez de John Napier é redução da operação a somas, não sendo necessário o cálculo de seus múltiplos, ou produtos parciais, pois esses são encontrados somente com a movimentação dos contadores.

Além disso, percebemos a existência de características matemáticas na construção e utilização desse aparato que permite a compreensão de que o Tabuleiro de Xadrez de John Napier pode ser entendido como uma tabela de multiplicações do seu período. Por fim, defende-se que a manipulação do Tabuleiro para a multiplicação apresenta diferentes

conhecimentos matemáticos que podem contribuir para o estudo de seus conceitos e de suas propriedades a partir das potencialidades didáticas que emergem de seus processos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. A Aritmética de Localização de John Napier para a multiplicação. **Revista História da Matemática para Professores**, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 43–56, 2020.

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. A matemática presente nas conversões de números nas barras da Aritmética de Localização. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 691–706, 2021.

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. Conceitos matemáticos na graduação numérica do instrumento Tabuleiro de Xadrez de John Napier com base em uma prática universitária. **Ensino & Multidisciplinaridade**, São Luís, v. 8, n. 2, p. e1022, 1–10, 2023.

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. O Tabuleiro de Xadrez de John Napier para um estudo da operação de divisão. **REMATEC**, [S. l.], v. 19, n. 47, p. e2024009, 2024.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares. **O instrumento jacente no plano na transição da geometria plana para a espacial na formação de professores**. 2023. 150 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023.

NAPIER, J. *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*. In: RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. p. 652-749.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111, mar. 2013.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SWETZ, F. **Capitalism and Arithmetic**. La Salle: Open Court, 1987.

**Palavras-chave:** Tabuleiro de Xadrez; Operação de Multiplicação; História da Matemática.