ISSN: 2357-9889

A ÁLGEBRA PARA O ENSINO COMPLEMENTAR DE SANTA CATARINA A PARTIR DA “ALGEBRA ELEMENTAR” DE ANTONIO TRAJANO

Jeremias Stein Rodriguês[1]

David Antonio da Costa[2]

RESUMO

A Escola Complementar catarinense surge a partir da criação dos Grupos Escolares no estado, como forma de possibilitar a continuidade do ensino, preencher uma lacuna existente e formar professores para regiões afastadas da capital. O programa do ensino complementar se torna o precursor do ensino de Álgebra na formação primária, sendo o livro “Algebra Elementar” de Antonio Trajano indicado para esse ensino em um parecer. A partir disso, tomando como base o âmbito da historiografia, a partir de Chartier (1990, 1991), bem como os aportes teórico-metodológicos da *matemática do ensino* e dos saberes *a ensinar*, buscamos compreender a Álgebra que se institui pela adoção do livro “Algebra Elementar”, de Antonio Trajano, na Escola Complementar de Santa Catarina no início do século XX, sendo corroborada pelo programa adotado na instituição. Foi possível observar que a Álgebra que se institui utiliza de simbologia algébrica para a determinação de valores desconhecidos e a generalização, superando as limitações da Aritmética nesse processo, além de construir o conhecimento por etapas, partindo do simples para o complexo.

Palavras-chave: Saberes *a ensinar*; *Matemática do ensino* de Álgebra; História da educação matemática.

THE ALGEBRA TO THE COMPLEMENTARY EDUCATION IN SANTA CATARINA BASED ON “ALGEBRA ELEMENTAR” BY ANTONIO TRAJANO

ABSTRACT

The complementary education in Santa Catarina is created after the establishment of the Grupos Escolares, in the state, as a option to the students to continue their education, to fill a gap between primary and secondary and as a way to train teachers to more isolated areas. The program of the complementary education becomes pioneer of a teaching of Algebra to the primary education and the “Algebra Elementar”, by Antonio Trajano, is pointed in a report. Based on the field of historiography of Chartier (1990, 1991), as well as the theoretical-methodological of the *mathematics of teaching* and the knowledge *to teach*, we tried to understand the Algebra that is established by the use of Trajano’s book, on the Complementary School in Santa Catarina at the beginning of the 20th century, corroborated by the program used in the institution. We observed that this Algebra uses the algebraic symbology to find unknown values and make generalizations, surpassing the barriers of Arithmetics in this process, as well as structuring its teaching from the simple to the complex.

Keywords: Knowledge *to teach*; *Mathematics of teaching* Algebra; History of mathematics education.

[1] Doutorando em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Professor do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7869-5856. E-mail: jeremias.stein@ifsc.edu.br.

[2] Doutor em Educação Matemática pela Pontifica Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4493-9207. E-mail: david.costa@ufsc.brabout:blank.

ISSN: 2357-9889

ÁLGEBRA PARA EDUCACIÓN COMPLEMENTARIA EN SANTA CATARINA BASADA EN "ALGEBRA ELEMENTAR" DE ANTONIO TRAJANO

RESUMEN

La Escuela Complementar de Santa Catarina surge de la creación de Grupos Escolares en el estado, como una forma de viabilizar la continuidad de la enseñanza, llenar un vacío existente y formar profesores para regiones lejos de la capital. El programa de enseñanza complementar se convierte en el precursor de la enseñanza del Álgebra en la educación primaria, con el libro "Álgebra Elementar" de Antonio Trajano indicado para esta enseñanza en un parecer. A partir de ello, a partir de los alcances de la historiografía, desde Chartier (1990, 1991), así como de los aportes teórico-metodológicos de la enseñanza de las matemáticas y de los saberes a enseñar, se busca comprender el álgebra que se instituye por la adopción de el libro "Álgebra Elementar", de Antonio Trajano, en la Escola Complementar de Santa Catarina a principios del siglo XX, siendo corroborada por el programa adoptado en la institución. Se pudo observar que el álgebra que se instituye utiliza la simbología algebraica para la determinación de valores desconocidos y la generalización, superando las limitaciones de la Aritmética en este proceso, además de construir el conocimiento por etapas, partiendo de lo simple a lo complejo.

Palabras claves: Saberes a enseñar; Matemática de la enseñanza de Álgebra; Historia de la educación matemática.

ISSN: 2357-9889

INTRODUÇÃO

Com o estabelecimento da República no final do século XIX e a necessidade de se inculcar as perspectivas republicanas no povo, como a identificação com a pátria e seu idioma, o Brasil passa a ter de buscar novas formas para combater os diversos problemas existentes. Um deles seria a necessidade de alfabetizar os cidadãos, já que parte deles eram imigrantes e não falavam a língua do país, o que dificultava a disseminação do espírito republicano. Outro elemento, eram os baixos índices de adesão, permanência e continuidade, observados na educação, o que leva a um movimento de reestruturação da mesma no âmbito brasileiro. A busca por lidar com esses obstáculos leva a instituição dos Grupos Escolares (GEs), que começa pelo estado de São Paulo no final do século XIX e se dissemina pela maioria dos outros estados no início do século XX (TEIVE; DALLABRIDA, 2011).

As novas escolas foram estabelecidas, de modo geral, em grandes cidades e em prédios construídos para essas instituições, sendo que o ensino passa a ser graduado e distribuído em quatro anos. Além disso, a remodelação do ensino oportunizada pelos GEs ressalta, em muitos estados, uma lacuna existente entre a formação primária e secundária, principalmente pelo fato de que o egresso da primeira não teria (matur)idade e preparo suficiente para ingressar na segunda. Isso leva ao estabelecimento das Escolas Complementares (ECs), instituição com perspectivas distintas em cada estado, mas que, em geral, funcionariam anexas a um GE e que visariam a continuidade da educação realizada.

Em Santa Catarina o movimento de reestruturação da Educação tem início no governo de Vidal Ramos com a lei n. 846, de 11 de outubro de 1910, que reforma o ensino do estado. Já a criação das ECs ocorre em 1911, com o decreto n. 604, de 11 de julho daquele ano (SANTA CATARINA, 1911). A reforma possibilitada pelo decreto é organizada por Orestes Guimarães e visava: a formação de professores para que se cumprisse e fosse possível oferecer a educação pretendida com a lei n. 846; preencher a lacuna existente entre o GE e o ensino secundário/normal, além de facilitar a transição entre estes, se caracterizando como um ensino intermediário; ofertar uma formação de professores descentralizada, já que a única Escola Normal estava na capital, facilitando a contratação de profissionais para atuar no interior do estado. Tal estruturação do ensino se mantém até o ano de 1935, quando uma outra reforma transforma as ECs em Escolas Normais Primarias.

ISSN: 2357-9889

Com a implementação da EC em Santa Catarina também se institui o ensino de Álgebra para esse grau escolar. Até então, a abordagem da Matemática no ensino primário era restrita aos conteúdos da Aritmética e, em alguns casos, Geometria. Assim, a Álgebra surge como uma nova disciplina, buscando ampliar a formação do estudante e prepará-lo para a continuação de seus estudos. O programa das ECs é aprovado em 1912 (SANTA CATARINA, 1918) e nele o ensino de Álgebra perpassa: "Signaes de quantidade, operações e relações. Expressões algebricas"; "Termos semelhantes e suas reducções. Monomio, binomio e polynomio. Gráos"; "Polynomios ordenados completos e incompletos"; "Emprego dos signaes algebricos como meio de simplificação e das letras como meio de generalização"; "Estudo das quatro operações"; "Recordação. Equações simultaneas. Methodos de eliminação. Problemas variados" (SANTA CATARINA, 1918).

Assumindo o programa como fonte para direcionar nossas análises, é possível constatar que este ensino perpassou a abordagem de noções preliminares da Álgebra e finaliza com sistemas de equações. Entretanto, vale ressaltar que mesmo não tendo indícios da sua presença no programa do âmbito catarinense, as equações do 2º grau foram indicadas para as ECs de outros estados, como é o caso de São Paulo, que foi referência para Santa Catarina (BASEI, 2020). Desse modo, nossas análises sobre a obra de Trajano (1905) premeiam os aspectos iniciais da Álgebra até o conteúdo de equações do 2º grau.

A respeito do ensino ofertado, Orestes Guimarães elabora um documento intitulado "Parecer sobre a adoção de obras didáticas" (GUIMARÃES, 1911), em que são apresentadas os livros que seriam indicados para a EC e para a biblioteca dos inspetores do estado. Dentre os títulos é possível observar que Guimarães (1911) aponta somente a "Algebra Elementar" de Antonio Bandeira Trajano (1905) para a EC[3].

Diversos autores já se empenharam para analisar e compreender as contribuições de Antonio Trajano no âmbito da História da educação matemática no Brasil[4], como é o caso de Oliveira (2019). Contudo, a ampla maioria desses estudos se limitam ao ensino de Aritmética. No que concerne a Álgebra, ganham destaque a tese de Ana Maria Basei (2020) e a dissertação de Ivone Lemos da Rocha (2019). Basei (2020) teve como foco compreender

[3] Guimarães (1911) apontava, ainda, para a biblioteca dos inspetores, obras relacionada a Álgebra, sendo elas: "*Élémens D'Algèbre*" (Elementos de Álgebra) de Alexis C. Clairaut; "Elementos de Algebra" de Augusto J. da Cunha; "Elementos de Algebra com numerosos exercícios" da editora FIC; e "*Problèmes D'Algèbre et exercices calcul algébrique*" de Georges Ritt. Os dois últimos títulos foram indicados para exercícios.
[4] Uma busca na comunidade de História da educação matemática, no Repositório de Conteúdos Digitais da Universidade Federal de Santa Catarina, utilizando o termo "Trajano" retorna 26 produções que estariam atreladas ao autor. Destas, 9 carregam o nome do autor no seu título e 12 mencionam suas obras no resumo.

ISSN: 2357-9889

a institucionalização de uma Álgebra para a formação de professores do curso primário no estado de São Paulo, entre 1880 e 1911, tendo como fonte principal a obra de João Borges e Gomes Cardim e realizando alguns paralelos com o livro de Trajano (1905). Já Rocha (2019) busca responder a questão "como se caracterizam as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira para o uso da álgebra na resolução de problemas aritméticos?" (p. 30).

A respeito da obra de Trajano (1905), Basei (2020) permite compreender que a necessidade da instituição de uma Álgebra para a Escola Primária surgiu a partir de demandas da própria escola, uma vez que "a álgebra seria uma ferramenta que o aluno poderia mobilizar para resolver problemas aritméticos com enunciados complexos" (p. 85). Além disso, Rocha (2019) enaltece que a obra do autor teria sido adotada para a formação do professor do ensino primário a partir do final do século XIX em São Paulo, permitindo também a disseminação de suas propostas para o ensino de Álgebra nos primeiros anos escolares. Desse modo, mesmo se desconsiderarmos o local dessas pesquisas, é possível notar que ainda havendo diversos estudos sobre Antonio Trajano e seus livros, nenhuma análise teve como foco principal sua obra de Álgebra, o que denota a relevância desse estudo.

A análise dessa obra permite compreender nuances do ensino de Álgebra, apresentado pelo programa estabelecido em 1912, como: os possíveis conteúdos ensinados em cada tópico do programa; a abordagem do ensino; as concepções do uso das letras. Desse modo, nesse artigo buscamos responder a pergunta: que elementos de uma Álgebra *a ensinar* se constituem para a EC catarinense a partir da análise do livro de Antonio Trajano? Para isso o livro de Trajano (1905) foi tomado como fonte principal para a pesquisa, sendo também utilizadas outras duas fontes: o programa da EC de Santa Catarina (1918) já apresentado; uma conferência realizada por Othello Reis em 1917, publicada no ano seguinte na revista "A Escola Primaria" (REIS, 1918a; 1918b). A compreensão da Álgebra que se caracteriza pelas análises nos possibilitará, em futuros trabalhos, contrapor o que for observado nos livros indicados para a biblioteca dos inspetores, que ministravam aulas modelo pelo estado e que, assim, poderiam moldar a Álgebra da EC na época.

REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Esta pesquisa se embasou nos aportes teórico-metodológicos da historiografia, mais especificamente da História da educação matemática, de modo que uma narrativa sobre o

ISSN: 2357-9889

ensino de Álgebra na EC de Santa Catarina foi construída pela interação com as fontes (CERTEAU, 2013) e a interlocução das mesmas.

A principal fonte utilizada, o livro de Trajano (1905), remete ainda dois aspectos muito relevantes, e que dialogam entre si, em termos da história da educação: as características do ensino que a análise do livro didático enaltece; esse material como um meio para a circulação de perspectivas a serem adotadas na abordagem da Álgebra. Na primeira, segundo Choppin (2004), os livros didáticos têm grande relevância para o ensino a eles atrelado, uma vez que esses materiais podem afetar/refletir o programa adotado pela instituição e metodologias para o ensino, bem como podem desempenhar papel de aculturação/doutrinação e servir de meio para o desenvolvimento crítico do estudante. Assim, pela análise da obra de Trajano (1905), que foi apontada para a EC, seria possível compreender elementos da Álgebra que se caracteriza.

Além disso, Chartier (1990; 1991) aponta que a circulação de uma fonte perpassaria um processo de apropriação, o que significa dizer que o conteúdo da obra de Trajano (1905) passaria por adaptações, interpretações e ressignificações no estado catarinense. Isso pode ser observado quando notamos que o programa da instituição (SANTA CATARINA, 1918) não é um reflexo exato do conteúdo do livro. Desse modo, mesmo que o ensino de Álgebra não seguisse todas as perspectivas de Trajano (1905), certas aspectos observados na abordagem utilizada pelo autor podem ser elementos que se aproximam do ensino que buscamos compreender, uma vez que a adoção da obra para o ensino de Álgebra catarinense, mesmo com suas apropriações, iria ao encontro dos aspectos mais elementares da obra.

A análise do conteúdo do livro de Trajano (1905) toma como fundamento os saberes *a ensinar*. Tais elementos, de acordo com Hofstetter e Schneuwly (2017), se caracterizariam como"os saberes que são os objetos do seu trabalho", o que significa dizer que se objetiva a detenção de tais saberes por parte dos estudantes, fazendo com que estes estejam atrelados aos conteúdos escolares abordados, mas que se configuram como elementos intrínsecos da abordagem pretendida. Esses autores ainda apresentam um segundo conjunto de saberes, *para ensinar*, que se caracterizariam como as ferramentas para o exercício da docência. Morais, Bertini e Valente (2021) indicam que a articulação dos saberes *a* e *para ensinar,* produtos de uma cultura escolar de uma dada época e local, constituem uma matemática

> [...] elaborada historicamente pelo meio escolar que serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas em que se exercem as

ISSN: 2357-9889

> práticas pedagógicas. A esta matemática chamaremos "matemática do ensino", compreendendo a dimensão do ensino propriamente dito e, ainda, a formação de professores para esse ensino (*Ibid.*, p. 9-10).

Ferreira (2022, p. 54) destaca ainda que tal *matemática do ensino* seria o "resultado das interações entre as prescrições oficiais e a prática operada nas escolas. Trata-se de uma matemática produzida propriamente para a escola, uma matemática oriunda da cultura escolar" de cada época. Desse modo, de acordo com Morais, Bertini e Valente (2021), alguns elementos relevantes para a análise dessa *matemática do ensino* seriam: *sequência, significado, graduação, exercícios* e *problemas*. A *sequência* representa o local e a ordem que o elemento da análise ocupa no ensino, aspectos que podem mudar de acordo com o viés pedagógico da época. Já o *significado* pode ser compreendido como o modo que "o professor deverá se referir a um dado tema da matemática do ensino, de maneira a introduzi-lo em suas aulas, tendo em vista o inicial contato do aluno com um novo assunto" (MORAIS; BERTINI; VALENTE, 2021, p. 18-19). A *graduação* estaria então ligada a uma marcha do ensino, ou seja, como era realizada a progressão da abordagem daquilo que está sendo analisado sob a ótica sócio-histórica. Finalmente, os *exercícios* e *problemas* "remetem às respostas esperadas pelos professores relativamente ao que ensinaram […] para seus alunos" (*ibid.*, p. 19) e, assim, refletem as finalidades e objetivos do ensino.

Com isso, as análises desenvolvidas buscaram desvelar o que a instituição de uma Álgebra nos primeiros anos escolares pretendia inculcar/desenvolver nos estudantes.

UMA ÁLGEBRA PARA O ENSINO COMPLEMENTAR CATARINENSE

Acerca do livro de Antonio Trajano (1905), Valente (2017, p. 10) aponta que a obra foi publicada pela primeira vez em 1888. A edição que tivemos acesso é de 1905, em sua 5ª versão, publicada pela "Companhia Typographica do Brasil", no Rio de Janeiro. É importante destacar que o autor também escreveu livros didáticos entre o final do século XIX e o século XX, de modo que suas obras passam a ser difundidas de modo amplo pelo Brasil (OLIVEIRA, 2019). Isso dá ainda mais destaque para Trajano, o que pode ter levado a indicação de suas obras para os diversos segmentos do ensino e, assim, tornando a circulação de suas ideias a favor de uma Álgebra para o ensino primário algo relevante no país. A esse favor o autor indica, no prefácio, que o movimento de constituição do ensino de

ISSN: 2357-9889

Álgebra na Escola Primária vinha sendo observado em diversos países. O texto segue apresentando que o estado de São Paulo passa a se apropriar desse movimento, levando a uma reforma Escola Primária e a implantação do ensino de Álgebra nessa instituição, entre outras coisas. Tais perspectivas teriam levado o autor a elaborar sua "Algebra Elementar" e, visando um melhor resultado desse ensino para a formação primária, opta por diminuir o rigor algébrico e utilizar linguagem mais simples, além de resolver "todas as difficuldades, e illustrando cada ponto com numerosos exercicios e problemas interessantes [...], e finalmente, abundamos em notas, explicações e referencias (TRAJANO, 1905, p. 4).

O conteúdo da obra foi dividido entre 22 seções[5] que abrangem: operações algébricas; máximo divisor comum; frações algébricas; equações do 1º grau; generalização; formas da solução; desigualdade; formação de potências e extração da raiz quadrada; equações do 2º grau; equações biquadradas; razão e proporção; progressões. Segundo o autor, alguns desses temas, como a teoria de desigualdade e equações biquadradas, teriam começado a compor a obra na 5ª edição. Aqui é possível notar que os tópicos observados na proposta de ensino de Álgebra para a EC catarinense parecem ir ao encontro do que o autor propõe em sua obra. Essa situação mostra alinhamento da *sequência* dos tópicos do ensino do programa da instituição (SANTA CATARINA, 1918) vão na mesma direção dos adotados por Trajano (1905), uma vez que se parte das noções preliminares e se chega na resolução de equações e sistemas. A *sequência* observada procura complementar uma lacuna constituída entre os anos escolares do GE e Escola Normal ou Secundária.

Em meio aos primeiros *significados* atribuídos a Álgebra, o autor indica que esta "é a parte das mathematicas que resolve os problemas, e demonstra os theoremas quando as quantidades são representadas por lettras" (TRAJANO, 1905, p. 5). Podemos observar duas perspectivas: a associação da Álgebra com a resolução de problemas, sem indicar se estes estariam atrelados a Aritmética, como realiza Reis (1918a, 1918b); a relação da disciplina com o uso de letras e com demonstrações. A generalização, usualmente ligada a Álgebra, não ganha destaque nesse momento, havendo um tópico sobre o tema em meio a obra[6].

Trajano (1905, p. 5) segue dizendo que "Symbolos algebricos são lettras, numeros e signaes com que se exprimem as quantidades, e effectuam as operações" e que "Problema

---

[5] Agrupamos alguns temas sob uma mesma nomenclatura.

[6] Para Trajano (1905, p. 107) "Generalizar um problema é pois substituir os seus valores [...] por lettras, para que o valor da incognita seja expresso em uma fórmula algebrica". O autor traz quatro casos de generalização, iniciados com um exemplo numérico, seguidos pela solução generalizada e aplicação da fórmula obtida.

ISSN: 2357-9889

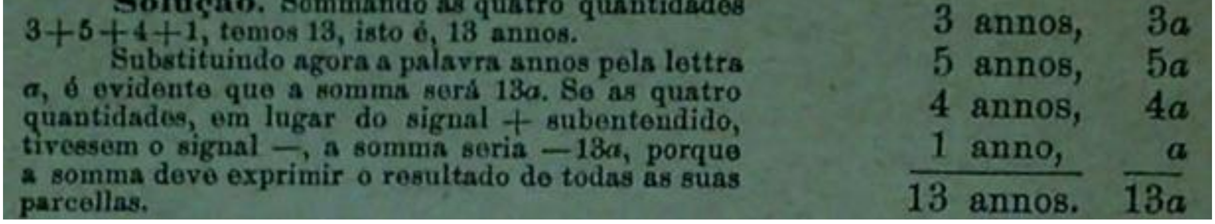
é uma questão que requer uma ou mais quantidades desconhecidas que se teem de obter por meio de quantidades conhecidas", que o autor denomina incógnita logo em seguida. Aqui é possível destacar que o autor aponta uma forte relação da Álgebra com a determinação de valores desconhecidos, ou seja, lhe estabelece o *significado* de resolutora de equações.

O autor passa a apresentar os sinais utilizados na Álgebra e, em seguida, traz uma pequena explicação sobre eles. Ganha destaque o fato de que, após Trajano (1905, p. 6) explicitar que "O signal +, [...], mostra que a segunda quantidade deve ser sommada com a primeira" e que "O signal –, [...], mostra que a segunda quantidade deve ser subtrahida da primeira", é determinado que os sinais + e – seriam chamados de sinais positivo e negativo, e que "a quantidade que leva o signal +, chama-se quantidade positiva, e a que leva o signal –, chama-se quantidade negativa" (*Ibid.*, 1905, p. 6).

As definições dos primeiros conceitos e operações seguem até o início da abordagem das operações algébricas, que o autor apresenta separando em diversos casos, o que parece ir na direção de facilitar a aprendizagem do estudante. Além disso, podemos ressaltar que os três primeiros tópicos do programa de Santa Catarina (1918) fazem parte da discussão inicial da Álgebra do autor, entre as páginas 5 e 14.

Trajano (1905) separa a adição em três casos: quantidades semelhantes com sinais iguais; quantidades semelhantes com sinais diferentes; quantidades não semelhantes. Para o primeiro caso é indicado que "Quando as quantidades são semelhantes e teem signaes iguaes addicionam-se os coefficientes, e á somma junta-se a parte litteral com o signal das parcellas. Neste caso procede-se justamente como em Arithmetica" (*Ibid.*, p. 15). De imediato podemos destacar que o autor relaciona o conhecimento novo com o anterior pela relação das operações com a Aritmética. Em seguida o autor apresenta o seguinte problema.

Figura 1 – Problema do primeiro caso da adição algébrica: somar 3, 5, 4 e 1 anos.



Solução. Sommando as quatro quantidades $3+5+4+1$, temos 13, isto é, 13 annos.

Substituindo agora a palavra annos pela lettra a, é evidente que a somma será $13a$. Se as quatro quantidades, em lugar do signal $+$ subentendido, tivessem o signal $-$, a somma seria $-13a$, porque a somma deve exprimir o resultado de todas as suas parcellas.

3 annos,	$3a$
5 annos,	$5a$
4 annos,	$4a$
1 anno,	a
13 annos.	$13a$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 15).

O autor opta por resolver o problema aritmeticamente e, logo depois, indica que a palavras "annos" pode ser substituída pela letra a e, assim, 13 annos seria equivalente a escrever $13a$, permeando assim o quarto tópico do programa catarinense (SANTA

ISSN: 2357-9889

CATARINA, 1918), "Emprego dos signaes algebricos como meio de simplificação e das letras como meio de generalização". Tal perspectiva é semelhante a apresentada por Reis (1918a) anos depois, que aponta que a introdução às operações na Álgebra deveriam perpassar a relação das letras com objetos para facilitar a compreensão do estudante. Assim, a compreensão que a soma de 2 penas com 7 penas resultar em 9 penas, poderia ser associado ao fato que $2p$ mais $7p$ deveria ser igual a $9p$. Este não é o único exemplo em que essa relação do objeto/algo real com a letra na abordagem das operações.

No segundo caso, o autor lembra que em Aritmética as quantidades em uma adição são sempre positivas, bem como o resultado da operação. Contudo, segundo Trajano (1905) a Álgebra leva em consideração quantidades algébricas negativas o que possibilitaria resultados mais diversos. Assim, esse caso leva em consideração a adição dos coeficientes positivos e dos negativos, em seguida, "[...] acha-se a differença das duas sommas, e, se a somma maior for positiva, prefixa-se á differença o signal$+$, e, se a somma maior for negativa, prefixa-se á differença o signa –, e junta-se-lhe a parte litteral" (*Ibid.*, p. 16). O autor não só assume a possibilidade de quantidades algébricas negativas, mas também que estas se constituam como resultado de operações/problemas. Além disso, como destaca Basei (2020, p. 149), o autor denota com isso que, na Álgebra, somar não necessariamente estaria atrelado a ideia de aumentar, o mesmo valendo para subtrair e a noção de diminuir.

Para além disso, em seguida ele explica como um resultado poderia ser negativo, visto que os números negativos, como resultados, são abordados apenas na página 112:

> [...] figuremos ainda um cofre onde guardamos o nosso dinheiro, e depositamos tambem o dinheiro de uma pessoa, que deposita e retira diversas quantias. As quantias que ella deposita são positivas, e as que retira, são negativas. Ella entrou com $5a + 3a + 2a = 10a$e retirou $10a + 6a = 16a;$ se ella tivesse retirado somente $10a$, o resultado seria nullo ou zero, porque em nada alteraria os fundos que tinhamos no cofre; mas como ella tirou $16a$, isto é, $6a$ mais do que poz, o resultado será $-6a$, isto é, ficará um desfalque de $6a$ (TRAJANO, 1905, p. 17).

Na subtração o autor ressalta, em uma nota, que a subtração na Aritmética seria mais simples do que na Álgebra, uma vez que na primeira "se opera só com quantidades positivas a ideia da subtracção é sempre diminuição; em Algebra [...] a differença entre duas quantidades póde ser [...] maior do que ellas; assim, sendo $+a$ o minuendo e $-a$ o subtrahendo, a differença entre $+a$e $-a$é $2a$" (*Ibid.*, p. 20).

ISSN: 2357-9889

O autor traz quatro casos para a subtração: termos semelhantes e com o mesmo sinal, em que o "subtrahendo" é menor; termos semelhantes e com o mesmo sinal, mas o termo "subtrahendo" é maior; termos não semelhantes; termos com sinais diferentes. Esses casos, bem como os da adição, nos mostram que a obra aborda os "Termos semelhantes e suas reducções" do segundo tópico do programa de Santa Catarina (1918). No segundo caso observamos uma abordagem em que a operação é pensada através da decomposição do termo subtraindo[7]. Nesse sentido, Trajano (1905, p. 21) diz que "Em Algebra podemos tambem subtrahir uma quantidade numericamente maior, de outra menor, e se os signaes forem iguaes, o resultado será a differença das duas quantidades com o signal contrario". Ele então questiona "Subtrahindo $8a$ de $6a$quanto resta?".

> Demonstração. Para comprehendermos a analyse [...], figuremos que um homem, levando só 6$000, foi a uma loja, e alli comprou 8$000 de objectos; ora, se elle tivesse despendido só 6$000, voltaria da loja sem dinheiro algum; mas como gastou 8$000, [...] voltou com uma divida de 2$000, [...]. Logo, [...], temos $6a - 8a = -2a$ (TRAJANO, 1905, p. 21).

No produto o autor estabelece três casos que contemplam a multiplicação entre: monômios; monômio e polinômio; polinômios. Ganha destaque a abordagem por separar os elementos da multiplicação, explicando a operação para cada um deles: coeficiente e parte literal; expoente; sinais. Nos sinais, Trajano (1905, p. 28) enuncia a regra desses ao dizer que "Se os signaes[...] forem iguaes, o signal do producto será positivo; mas se forem desiguaes, o signal do produto será negativo". Em seguida o autor analisa cada caso da regra de sinais para a multiplicação, como é o exemplo do produto de dois números negativos. Assim, para explicar como o produto de dois números negativos tem resultado positivo o autor relaciona essa operação com a subtração, uma vez que $-4 \times (-a) = -(-4a)$. Isso poderia então ser compreendido, segundo a regra de subtração enunciada por Trajano (1905), como diminuir $-4a$, o que é o mesmo que somar $+4a$.

Na divisão Trajano (1905) segue a mesma abordagem adotada na multiplicação, ou seja, divide nos mesmos três casos e, no primeiro, aborda as três parcelas dos termos na divisão. Todas as regras apresentadas no primeiro caso tomam como base o princípio de que se $a \div b = c$, então $b \times c = a$, o que ressalta a forte presença das operações inversas no desenvolvimento do conteúdo. Disso também segue a regra de sinais para a divisão, que

[7] Para subtrair $8a$ de $6a$, a operação é realizada como ,$6a - 8a = 6a - (6a + 2a) = 6a - 6a - 2a = -2a$.

ISSN: 2357-9889

Trajano (1905) aponta ser a mesma da multiplicação e a justifica, por exemplo, pelo fato de que $+a \times +b = +ab$ então $+ab \div +b = +a$.

Como observado até aqui, Trajano (1905) estrutura sua obra visando a construção do conteúdo por etapas, que ganham forma nos diversos casos e análises realizadas separadamente. Isso também reflete uma abordagem que visava partir de casos iniciais para então se debruçar sobre os mais difíceis/gerais. Além disso, discute isoladamente os elementos de uma multiplicação/divisão de modo que cada um ganha destaque quando o autor desenvolve o tema. Por fim, a análise de cada caso da regra de sinais denota a importância que o autor dá para uma abordagem didática, de modo que, como apontado por ele, a obra busca facilitar a abordagem da Álgebra. Esses elementos são indícios da *graduação* do ensino, que busca ir do simples para o complexo, e podem ser parte dos motivos de a obra ter sido adotada no âmbito catarinense.

No que se refere a *sequência*, fica claro que de forma geral o autor parte dos conceitos preliminares, para as operações e então a resolução de equações e sistemas, como veremos a seguir. Contudo, é possível observar que alguns elementos do programa, que são anteriores às operações, são retomados em meio a estas, como é o caso da redução de termos semelhantes e do emprego da simbologia algébrica como meio de simplificação. Ademais, o emprego das letras para generalização, que surge implicitamente no ensino das operações, só é explicitamente abordado após a abordagem de equações.

Ao adentrar o conteúdo de equações do 1º grau, o autor inicia dizendo que uma equação é uma igualdade entre dois termos, formados por quantidades conhecidas e desconhecidas, não apresentando qualquer relação com a ideia do equilíbrio da balança, algo que pode ser observado anos depois na conferência Reis (1918b). O autor então apresenta um conjunto de axiomas que determinam ser possível realizar a mesma operação dos dois lados de uma equação sem a alterar. Esses são utilizados como base para a resolução de equações do 1º grau, o que denota que o autor se apoia nas operações inversas para a resolução dessas equações.

Antes de dar início a resolução de equações, o autor passa a exemplificar como se desenvolvem três processos, denominados por ele de: inteirar uma equação (eliminar divisores/frações); transpor os termos de uma equação (separar quantidades conhecidas das desconhecidas em membros diferentes); redução de termos semelhantes (reduzir cada lado da igualdade a um único termo). Esses passos constituem o processo de resolução

ISSN: 2357-9889

apresentado por Trajano (1905), de modo que após apresentar e resolver problemas em cada um, o autor enuncia uma "regra geral para a solução": eliminam-se as frações; "Transpõem-se as quantidades conhecidas para o segundo membro, e as desconhecidas para o primeiro; [...] Reduz-se cada membro da equação [...], e depois dividem-se ambos os membros pelo coefficiente da quantidade desconhecida" (*Ibid.*, p. 81). Mais uma vez é possível notar que o autor mantém uma marcha do ensino que perpassa as etapas de um processo de resolução para então enunciá-lo. Este elemento que dá destaque para a obra, uma vez que essa parece se aproximar de um viés mais didático do que científico.

Em seguida, ao abordar o tópico "problemas", Trajano (1905, p. 83) indica que o processo de resolução de problemas envolve duas partes, formar uma equação a partir dos dados do problema e solucionar esta equação. O autor indica que a primeira parte seria a mais difícil, uma vez que não seria possível "formular uma regra precisa e clara que habilite o discípulo a traduzir promptamente o enunciado de um problema, em uma equação algebrica" (*Ibid.*, p. 83). Com isso, podemos dizer que une ao *significado* do ensino dessa Álgebra, previamente estabelecido como o de "determinar valores desconhecidos/resolver equações", a ideia de uma Álgebra para resolver problemas vinculados a essas equações.

Ao discutir sistemas de equações, Trajano (1905) aponta que há três métodos de resolução: "Eliminaçao pela reducçao ao mesmo coefficiente", "Eliminação por comparação" e "Eliminação por substituição" (p. 92). No âmbito catarinense não é explicitado quais seriam ensinados, apenas que seriam mais de um. Aqui não se observa a relação das incógnitas com objetos, indo a favor da proposta de Reis (1918a), uma vez que tal associação deveria ser utilizada na introdução das operações e facilitar sua compreensão.

Até aqui nenhuma das questões propostas ou resolvida trazem solução negativa para as equações do 1º grau e os sistemas de equações. É somente na seção "Fórmas de solução" (TRAJANO, 1905, p. 112) que podemos observar a presença de números negativos na solução destas. O autor explicita que a ausência dessas soluções foi uma escolha, visto que a "Solução positiva é aquella que temos obtido em todos os problemas resolvidos até esta pagina", o que vai a favor da noção de número como quantidade, como visto na abordagem de operações. Após indicar que uma solução é negativa quando a incógnita assume valor com sinal negativo, o autor apresenta o problema: "Em um armazém ha um certo numero de saccas de café; o triplo desse numero menos 100 é igual a quatro vezes o seu numero mais 200; qual é o numero de saccas?" (*Ibid.*, p. 113), que teria como solução -300 sacas.

ISSN: 2357-9889

Trajano (1905, p. 113) então aponta que o resultado "ainda que satisfaça a questão no sentido algebrico, não a satisfaz no sentido arithmetico, porque em um armazem não póde haver -300 saccas de café" e que, com isso, deve haver um problema no enunciado ou na sua interpretação, o que remonta a noção dos números como quantidades, algo relacionado com a realidade. O autor segue dizendo que "o engano está na troca dos signaes, pois em lugar de $+200$, e -100, deve ser -200, e $+100$" (TRAJANO, 1905, p. 113), que faria com que a solução fosse$x = 300$. No entanto, 300 não satisfaz as condições do problema, indicando que a correção apresentada pelo autor deveria ser feita no enunciado, indicando assim que a mudança de sinal em uma equação leva à troca do sinal da solução.

Trajano (1905, p. 113) traz um segundo exemplo: "A idade de um pai é 40 annos, e a de seu filho é 13, em que epocha a idade do pai é o quadruplo da idade do filho?":

> Solução. Seja x o numero que falta para chegar a epocha requerida. Então a equação será $4(13 + x) = 40 + x$. Resolvida a equação, temos $x = -4$. Este resultado negativo nos mostra que ha algum engano a corrigir. Pela simples leitura deste problema, fomos levados a julgar erradamente que essa relação de idades se effectuaria em uma epocha posterior aos 40 annos do pai, e não antes.
> Se o enunciado dissesse: "Em que epocha a idade do pai foi o quadruplo da idade do filho?" logo comprehenderiamos que era em uma epocha anterior aos 40 annos, e teriamos formulado a [...] equação $[4(13 - x) = 40 - x]$, cujo resultado mostra que a epocha requerida [...] foi quando o pai tinha $40 - 4 = 36$ annos, e o filho $13 - 4 = 9$ (*Ibid.*, p. 113).

O problema denota que soluções negativas, envolvendo unidades de medida que podem ser contadas em duas direções, indica que a resposta deveria ser contada no sentido contrário ao que foi assumido na resolução. O autor apresenta princípios para esses casos:

> 1º Uma solução negativa indica em geral alguma troca de signaes ou outro defeito no enunciado do problema. 2° Quando se obtem uma solução negativa, o enunciado do problema póde ser corrigido trocando-se os signaes ou modificando-se o sentido que se lhe deu; de sorte que a solução exprima [...] o valor da incognita no sentido positivo (*Ibid.*, p. 113).

É possível notar que Trajano (1905) busca contornar as soluções negativas[8] nos problemas envolvendo equações, e não interpretá-las, uma vez que tais soluções não

[8] Ainda sobre os números negativos, o autor apresenta, como destaca Basei (2020), as relações de desigualdade desses números com o zero e os números positivos (TRAJANO, 1905, p. 122-123).

ISSN: 2357-9889

pareciam ser aceitas por não serem números. Mesmo assim, ao abordar números negativos e não considerar que soluções negativas sejam um ultimato para a impossibilidade de resolver um problema, o autor supera uma barreira da Aritmética e atribui para essa Álgebra do ensino primário o *significado* de ir além das possibilidades da primeira. Além disso, a presença dos números negativos somente após a abordagem de equações, na forma de solução destas, denota que a *sequência* estabelecida considera: não haver contradição em resultados negativos para operações; que a dificuldade de compreensão desses números na solução de problemas, bem como a possibilidade ou não de solução destes, só ocorreria caso não fosse possível de contar a unidade de medida da incógnita em duas direções.

Trajano (1905) mostra também a existência de soluções negativas quando aborda equações do 2º grau, o que reforça que sua Álgebra não se atém aos limites da Aritmética. Isso é ressaltado após a resolução de um problema, em que o autor explicita que na Aritmética "como se opera sómente com numeros positivos, um quadrado tem só uma raiz", mas que na Álgebra "ha tambem quadrados de numeros negativos" (*Ibid.*, p. 153). Trajano (1905, p. 152-153) esboça que é possível reduzir toda equação do 2º grau em uma das duas formas: $x^2 = q$ ou $x^2 + 2px = q$. Para as equações do primeiro tipo o autor apresenta a solução pelo uso de operações inversas através do cálculo da raiz dos dois lados da igualdade. No segundo tipo de equação, o autor parte da ideia de completar quadrados, apresentando como esse processo é realizado a partir de exemplo e exercícios numéricos e, depois, passa a resolver exemplos numéricos de equações do 2º grau, utilizando apenas esse método.

Figura 2 – Primeira equação do 2º grau completa resolvida: encontrar as raízes de $x^2 + 8x = 33$.

Solução. Para completarmos o quadrado no primeiro membro da equação, temos de addicionar-lhe o numero 16; e para que a igualdade não fique alterada, temos de addicionar tambem 16 ao segundo membro, e assim ficará a igualdade restabelecida. Extrahindo a raiz quadrada em ambos os membros, achamos que a raiz do 1º membro é $x+4$, e a do 2º é $+7$ ou -7, porque ambas estas raizes dão o quadrado 49. O valor de x apparece finalmente com a fórma de -4 ± 7, isto quer dizer que, se o numero 7 for tomado no sentido positivo, o valor de x será -4 mais $+7=3$; mas se for tomado no sentido negativo, o valor x será -4 mais $-7=-11$. A solução apresenta, portanto, duas respostas ou raizes: uma positiva que é $x'=3$; e a outra negativa que é $x''=-11$.

$$x^2+8x=33$$
$$x^2+8x+16=33+16=49$$
$$x+4=\pm7$$
$$x=-4\pm7$$
$$x'=3$$
$$x''=-11.$$

Fonte: Elaborada a partir de Trajano (1905, p. 157).

ISSN: 2357-9889

Isso é generalizado por uma regra e, mais adiante, o autor então destaca que "sabemos reduzir uma equação completa do segundo grau a fórma $x^2 + 2px = q$ [...]; já sabemos tambem completar o quadrado sem desfazer a igualdade dos dois membros da equação [...]; já sabemos finalmente achar as duas raizes da equação" (*Ibid.*, p. 160). Com isso, parte para o desenvolvimento da fórmula para as soluções da equação do 2º grau, seguindo os mesmos passos desenvolvidos no exemplo numérico. Fica explícito mais uma vez que o autor esquematiza sua obra de modo que os conteúdos sejam construídos a partir de etapas que levam ao estabelecimento de processos maiores.

A escolha de Trajano (1905) pela equação geral com o termo $2px$ leva a uma regra que evita frações. Ademais, o autor ainda apresenta outras formas para a equação[9] e, ao lado, como seria a solução de cada caso. Para além de facilitar a resolução de equações do 2º grau, o fato de apresentar quatro fórmulas associadas a pequenas mudanças de sinais na equação original evidencia que Trajano (1905) não considera que seja adequado, ou que o estudante teria facilidade, em aplicar a primeira solução encontrada nos mais diversos casos. Com isso, é possível conjecturar que o autor compreendia que a Álgebra ensinada a partir de sua obra não deveria ser avançada ao ponto de apresentar uma única fórmula para solução e cobrar do estudante o raciocínio necessário para aplicá-la em diversos casos; ou ainda que a Álgebra pretendida tenha sido pensada para estudantes que, devido a sua faixa etária, não teriam maturidade para a utilização de uma única fórmula. Isso reforça a *graduação* de uma abordagem da Álgebra que visa facilitar seu ensino, partindo do simples para o complexo.

Em relação aos *exercícios* e *problemas* é possível observar uma estrutura semelhante à adotada na abordagem do conteúdo, ou seja, atividades para a aplicação dos processos e procedimentos na medida em que são apresentados. Essa escolha reforça a *graduação* que visa o ensino do simples para o complexo, uma vez que, por exemplo, há problemas referentes a cada etapa do processo de resolução de equações do 1º grau, de modo que essas já foram trabalhadas quando são apresentadas questões pedindo para encontrar a quantidade desconhecida nessas equações. Ademais, em geral os *exercícios* e *problemas* não envolvem situações problema, sendo limitados a verbos do tipo "calcule, "determine", "efetue", etc. No entanto, durante a discussão de equações do 1º grau e 2º grau e sistemas dessas equações o autor apresenta seções para problemas com enunciados contextualizados,

[9] Seriam elas: $x^2 - 2px = q$, $x^2 + 2px = -q$ e $x^2 - 2px = -q$. A última na verdade é apresentada com um erro de sinal, ao invés de $-2px$ o livro traz como $2px$, de forma que fica igual à segunda equação. Contudo, a solução para a última equação nos indica o erro na apresentação do livro.

ISSN: 2357-9889

como “Achar o numero cujo quadrado addicionado com 6 vezes o numero dará 55”. Em relação às soluções, elas tomam forma numérica e literal e o autor se limita a apresentar atividades em que solução permeasse o conteúdo visto, não trazendo discussões futuras, como observado com os números negativos. Essas perspectivas reforçam uma Álgebra que utilizaria das equações para resolver problemas, além do emprego do conhecimento algébrico para o desenvolvimento do raciocínio para casos literais/generalizados.

Quadro 1 – Aspectos observados na obra de Trajano (1905).

Operação com monômios e polinômios
Aborda cada operação separadamente, estabelecendo casos e uma regra para cada elemento de um termo no produto/divisão. Relaciona as letras com algo real.
Equação do 1º grau
Soluciona através das operações inversas. Discute procedimentos que levam a um processo para a resolução das equações.
Equação do 2º grau
Inicia resolvendo casos numéricos de um dos casos de equações incompletas por operações inversas. Para as equações completas, primeiro mostra como se completa quadrados e depois busca as raízes para um exemplo numérico de equação do 2º grau. Só depois desenvolve a fórmula para um caso geral, posteriormente aplicando a fórmula.
Sistemas de equações
Até sistemas 3x3 e não lineares, abordando três métodos de solução, mas dando ênfase para a substituição.
Números/quantidades negativas e soluções negativas em problemas
Aborda quantidades negativas algébricas, inclusive trazendo a ideia de que uma quantidade negativa é um “desfalque” ou uma “dívida”. Evita soluções negativas até abordá-las em um tema específico, indicando que tal tipo de solução indica algo a ser corrigido no enunciado ou no sentido de contar a incógnita.
Aspectos gerais da Álgebra
Álgebra atrelada ao uso de letras e símbolos para a determinação de valores desconhecidos e a generalização; que seria vinculada a resolução de problemas, mas não é explicitado que estes seriam da Aritmética

Fonte: Elaborado pelos autores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na busca por compreender a Álgebra que se institui pela adoção do livro “Algebra Elementar”, de Antonio Trajano, na EC de Santa Catarina é que esta pesquisa foi desenvolvida. A análise da obra de Trajano (1905), corroborada pelo programado adotado na instituição catarinense, permite observar a constituição de uma *matemática do ensino* de Álgebra que utilizava de letras e símbolos para a determinação de valores desconhecidos e generalização de processos, que poderiam ser aplicados na resolução de problemas. Sua abordagem começaria por noções preliminares, como definições iniciais e operações

ISSN: 2357-9889

algébricas, e terminaria com o ensino de equações, aparentemente até as do 1º grau e sistemas de equações lineares, no âmbito catarinense.

Como mencionado, as letras eram utilizadas sobre diversas perspectivas, a principal delas para a resolução de equações, em que assume o papel de incógnita/valor desconhecido. No entanto, em um primeiro momento elas são utilizadas para simplificar a abordagem das operações algébricas pela sua associação com algo da realidade/objeto. A compreensão desse elemento introdutório do ensino de Álgebra permitiria assimilar que as *operações algébricas podem ter sentido diferente do que na Aritmética*, como o fato de que somar não é necessariamente sinônimo de "aumentar". Além disso, o emprego das letras também é observado na *generalização de raciocínios*. Na resolução de equações, principalmente as do 1º grau e sistemas de equações, o ensino se embasa totalmente no uso das *operações inversas para determinação da solução*. Tal matemática produzida na escola determina saberes *a ensinar* que estariam atrelados à Álgebra na EC catarinense.

Mais especificamente, um saber pode ser observado quando notamos que o autor supera as barreiras da Aritmética ao abordar números negativos e considerar que a presença destes nas soluções de questões não fosse um ultimato para a impossibilidade de resolução do problema. Nesse sentido, Trajano (1905) aponta que em diversos casos esses resultados apenas indicariam que seria preciso contar no sentido contrário, de modo que se institui a *contagem em dois sentidos*, negativo e positivo, como outro saber *a ensinar* para a Álgebra da EC. Contudo, ainda assim o autor parece atrelar aos números a noção de quantidade/real, o que faria com que as soluções negativas pudessem não ser consideradas como números.

Como indicado no prefácio da obra o autor busca estruturar o livro de forma a facilitar a abordagem da Álgebra a partir da divisão dos conteúdos em casos e realizando análises para cada um, ou ainda ensinando cada etapa que leva a elaboração de um processo antes que esse fosse estabelecido. Tais características remontam que a *matemática do ensino* de Álgebra, que surge a partir da análise da obra de Trajano (1905), buscava ir do simples para o complexo, adotando assim um viés mais pedagógico e que se distancia de um viés do campo disciplinar da Matemática.

Por fim, é importante destacar que não foi possível observar explicitamente que o autor associe o ensino de Álgebra como uma ferramenta para facilitar a solução de problemas complexos da Aritmética. Ainda no prefácio é dito pelo autor que, entre outros benefícios, o estudo de sua Álgebra permitiria que os estudantes fossem "habilitados para resolver muitos

ISSN: 2357-9889

cálculos que, de modo algum, resolveriam só com o auxilio da Arithmetica” (TRAJANO, 1905, p. 4). Isso coloca a Álgebra em uma posição superior à Aritmética, mas não lhe confere a função de auxiliar na resolução de problemas da última.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina para Pós-Graduação do Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior (UNIEDU/FUMDES), vinculado à Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina.

REFERÊNCIAS

BASEI, A. M. **Processos e Dinâmicas de Institucionalização da Álgebra na Formação de Professores dos Primeiros Anos Escolares, São Paulo (1880 – 1911)**. 2020. 194f. Tese (Doutorado) – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://bityli.com/pCWHFU>. Acesso em: 09 abril 2021.

CERTEAU, M. **A escrita da história**. Tradução de: Maria de Lourdes Menezes. 3ª Edição. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2013, p. 45-111.

CHARTIER, R. O mundo como representação. **Estudos avançado**, v. 5, n. 11, p. 173-191, 1991. Disponível em: <https://bityli.com/xHFrCE>. Acesso em: 20 maio 2020.

CHARTIER, R. **A história cultural entre práticas e representações**. Tradução de: Maria Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Berthand do Brasil, 1990.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, v. 30, n. 3, p. 549-566, 2004.

FERREIRA, J. S. **A graduação como elemento constituinte da *matemática do ensino*:** uma análise da aritmética dos manuais pedagógicos (1933-1951). 2022. 133f. Tese (Doutorado em Ciências). Universidade Federal de São Paulo, Pós-graduação em Educação e Saúde, Guarulhos, 2022.

GUIMARÃES, O. O. **Parecer sobre a adoção de obras didáticas**. GAB. TYP. D' O DIA, Florianópolis, 1911. Disponível em: <https://bityli.com/qyhiut>. Acesso em: 13 jun. 2021.

ISSN: 2357-9889

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org.). **Saberes em (trans)formação:** tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 113-172.

OLIVEIRA, M. A. Antonio Bandeira Trajano e a renovação pedagógica lida em livros escolares: ensinar aritmética de modo intuitivo (final do século XIX). **Revista História da Educação**, v. 23, p. 1-41, 2019.

MORAIS, R. S.; BERTINI, L. F.; VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações**: do século XIX à BNCC. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

REIS, O. S. Os dois ultimosannos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze. **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 3, n. 1, p. 11-15, 1918a. Disponível em: <https://bityli.com/tQMajp>. Acesso em: 20 maio 2020.

REIS, O. S. Os dois ultimosannos de arithmetica, na escola primaria, segundo a Comissão dos quinze (continuação). **A Escola Primaria**. Rio de Janeiro, ano 3, n. 2-3, p. 41-43, 1918b. Disponível em: <https://bityli.com/uKmQuf>. Acesso em: 20 maio 2020.

ROCHA, I. L. **Álgebra para resolver problemas: as propostas de Otelo de Souza Reis e Tito Cardoso de Oliveira, década de 1910**. 2019. 105f. Dissertação (Mestrado em Ciências: Educação e Saúda da Infância e Adolescência). Universidade Federal de São Paulo, Pós-graduação em Educação e Saúde, Guarulhos, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/201746>. Acesso em: 20 jun. 2021.

SANTA CATARINA. **Decreto n. 604 de 11 de julho de 1911:** cria as escolas complementares e baixa o regulamento das Escolas Complementares do Estado de Santa Catarina. Santa Catarina, 1911. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1816>. Acesso em: 13 jun. 2021.

SANTA CATARINA. **Programa das Escolas Complementares**: de conformidade com o artigo 3º do Regulamento baixado com o decreto 604 de 11 de julho de 1911. Florianópolis: Offic. a Elec. Da Empreza "O DIA", 1918. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/101125>. Acesso em: 09 abril 2021.

TEIVE, G. M. G.; DALLABRIDA, N. **A escola da república:** os grupos escolares e a modernização do ensino primário em Santa Catarina (1911-1918). Campinas: Mercado de Letras, 2011.

TRAJANO, A. **Algebra elementar**. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1905. Disponível em: <https://bityli.com/jVeURd>. Acesso em: 20 maio 2020.

VALENTE, W. R. A Matemática para o Professor dos Primeiros Anos Escolares – a Álgebra Entre a Cultura Enciclopédica e a Formação Profissional. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 10, n. 01, p. 8-14. 2017.