

## UM LABORATÓRIO *MAKER* NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NO SÉCULO XX?

Ana Maria Martensen Roland Kaleff<sup>1</sup>

Com base na constituição do Laboratório de Ensino de Geometria (LEG) da Universidade Federal Fluminense (UFF) e nas ações ali realizadas durante o Século XX, com vistas à melhoria da formação de professores de Matemática, apresenta-se como esse singular ambiente educacional, desde seus primórdios, pode ser considerado no que, atualmente, é denominado de *laboratório maker*, cujas práticas realizadas assemelham-se às de *metodologias ativas*.

Inicialmente, cabe salientar que, em 1919, na Alemanha, embora Rudolf Steiner tenha fundado a primeira escola com uma pedagogia baseada no “fazer por si mesmo” (*selbstmachen*), a chamada Escola Waldorf, esta ficou pouco conhecida, talvez devido às dificuldades de divulgação em língua alemã. Por outro lado, durante o século passado, o termo em inglês *maker* também não era habitualmente usado nos meios educacionais. Segundo Raabe, Gomes (2018), ele aparece “inicialmente nos países de primeiro mundo, e mais notoriamente a partir de 2015 no Brasil”. Esses autores também pontuam que *maker* remete “geralmente a pessoas que costumam construir coisas (faça você mesmo), consertar objetos, compreender como estes funcionam, em especial os produtos industrializados”; no entanto, entre essas pessoas, “desenvolveu-se um conjunto de valores próprios e que tem chamado a atenção de educadores pelo potencial de engajar os estudantes em atividades de aprendizagem muito diferentes das da educação tradicional”.

Sob essas considerações, as atividades *maker* geralmente estão associadas à construção de objetos com uso de tecnologia e de se colocar a “mão na massa” (*hands on*), visando a propósitos variados. Para tanto, se faz uso de equipamentos da informática, como impressoras 3d; cortadoras laser; kits de robótica, bem como se realizam práticas relacionadas à costura; à marcenaria e a outras técnicas manuais. Assim, um ambiente educacional do tipo *laboratório maker* possibilita que os estudantes se apropriem de técnicas

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Professora no Departamento de Geometria (GGM), Niterói, Rio de Janeiro, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6144-3003>. [anakaleff@id.uff.br](mailto:anakaleff@id.uff.br).

de diversas áreas do cotidiano e do conhecimento em geral. Estas potencializam os aprendizes a serem agentes produtores de tecnologia e não apenas consumidores passivos, tudo isso por meio de uma abordagem interdisciplinar construtivista, integrando conhecimentos e práticas de diferentes áreas do conhecimento.

Na presente narrativa, considerando o longo período de sua atuação na UFF, a autora enfoca inicialmente a fundamentação teórica, sob a perspectiva da Educação Matemática, que embasou seus projetos de pesquisa e de extensão voltados para os cursos de Licenciatura e de formação continuada de professores de Matemática da UFF. Seguem-se as características constitutivas do LEG e as ações realizadas durante as duas décadas finais do século XX que permitem caracterizá-lo como um laboratório *maker*.

### **A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA:** pesquisas que embasaram as ações da autora

Cabe lembrar que desde o início da década de 1970, como professora do Curso de Licenciatura em Matemática da UFF, a autora se deparou com dificuldades de aprendizagem apresentadas por grande parte dos alunos que, apesar de cursarem várias disciplinas de Lógica e Análise Matemática, se apresentavam pouco à vontade frente à interpretação dos axiomas relativos a diversas Geometrias, tanto aos da Euclidiana como aos introdutórios às não Euclidianas (finitas e não-finitas); bem como na interpretação de esquemas gráficos cartesianos e na transposição de equações analíticas para gráficos vetoriais.

No final da década de 1980, a autora iniciou sua participação docente no Curso *lato sensu* de Especialização em Matemática da UFF, que a partir de 1994, passou a ser Especialização *lato sensu* em Matemática para Professores do Ensino Fundamental e Médio. Nessa clientela de alunos-professores, com pequenas diferenças, as dificuldades frente às Geometrias eram semelhantes às apresentadas pelos licenciandos, fato que levou a autora, por um lado, a buscar nas pesquisas realizadas, metodologias de ensino alternativas àquela convencional (por meio de aulas expositivas) e, por outro, a tentar avaliar de forma sistemática os temas de interesse e as dificuldades apresentadas pelo alunado.

Enfatiza-se que, em 1992, na busca pela sistematização das dificuldades apresentadas pelos discentes e professores em exercício, a autora elaborou um questionário sobre quais temas matemáticos eles tinham interesse e com perguntas básicas sobre Geometria. Essas eram sobre o cálculo do volume a partir de desenhos de cubos empilhados, o reconhecimento

de poliedros regulares de Platão, suas planificações e áreas das faces. Este questionário, como relatado em Kaleff (2022), foi aplicado anualmente até 2012, a mais de 500 profissionais; inicialmente a professores, nos cursos de projetos com apoio CAPES e, posteriormente, em turmas presencias de alunos licenciandos e do curso de Especialização.

Quanto aos fundamentos teóricos que embasavam suas pesquisas, desde o início da década de 1980, a autora buscava utilizar uma perspectiva de ensino de origem no construtivismo piagetiano. Nessa direção, cabe lembrar que Zoltan Dienes sugeria apresentar ao aprendiz diferentes materiais concretos manipuláveis representantes de um conceito matemático visando ao entendimento do mesmo (Dienes; Golding, 1969).

Com vistas ao ensino da Geometria, no final da década de 1980, o *Modelo de van Hiele do pensamento geométrico*, proposto em van Hiele (1986), também de origem piagetiana, passou a ser considerado pela autora em suas pesquisas. No entanto, os níveis de aprendizagem de um conceito preconizados pelo Modelo não foram considerados pela autora como instrumentos de avaliação do estado do conhecimento geométrico do aluno, mas como estratégia de ensino de um conceito. Ou seja, as atividades para o aluno, como descrito em Kaleff (2016 a, 2016b), seguiam a sequência crescente dos níveis de ensino e aprendizagem.

Segundo o Modelo de van Hiele, a aprendizagem de um objeto geométrico inicia-se no “nível da visualização”, quando o aprendiz vê (usando a visão) um desenho do objeto em questão, e percebe, na sua mente, a totalidade de traços. Este nível é seguido pelo “nível da análise”, em que as características geométricas do conceito são percebidas. Segue-se o “nível da ordenação informal”, em que, pretensamente, o aprendiz chega a uma primeira organização destas características e a definição do conceito poderia ser compreendida; assim, estaria apto a atingir o “nível do rigor” da conceituação do ente geométrico.

A adoção dos conceitos de “visualização”, “imagem de um conceito” e “visualização mental de um conceito”, propostos por Rina Hershkowitz e Schlomo Vinner, como relatado em Kaleff (2016a), veio ampliar a fundamentação teórica das pesquisas, permitindo um entendimento mais acurado das necessidades cognitivas de crianças e adultos para o desenvolvimento de conceitos geométricos. No final da década de 1990, a *Teoria dos Registros de Representação Semiótica*, segundo Duval (1995), foi acrescida às pesquisas que passaram a levar em consideração as diferentes representações semióticas (gráficas ou

linguísticas) de um mesmo conceito com vistas à compreensão e ao entendimento do seu significado matemático.

Como apresentado a seguir e registrado em Kaleff (2022, 2023), o questionário e as ações decorrentes se mostraram promissoras e acertadas, tanto pelos resultados obtidos com as aplicações, quanto pela corroboração de sua eficácia decorrente de pesquisas realizadas no LEG, nas duas décadas iniciais do Século XXI.

### **CARACTERÍSTICAS DO LEG: sua institucionalização, constituição e ações**

Em dezembro de 2024, o LEG comemorará trinta anos de existência. Esse laboratório localiza-se no Instituto de Matemática e Estatística (IME) da UFF, na cidade de Niterói-RJ, na região metropolitana do Rio de Janeiro. Como já mencionado em outros documentos, em 1994, um grupo de professores do Curso de Licenciatura em Matemática, capitaneados pela autora, se defrontou com o desafio de fundar e implantar o LEG, no IME (Kaleff, 2001, 2010, 2017, 2023; Kaleff, Rosa, 2020). Desde seu início e até 2018, por ocasião de sua aposentadoria, o LEG teve a autora por coordenadora acadêmica, contando com a colaboração de docentes dos departamentos de Geometria (GGM), Análise (GAN) e Matemática Aplicada (GMA).

O LEG foi institucionalizado na UFF, com regimento próprio, como parte integrante do GGM, sendo que, nunca teve por característica principal ser um repositório de recursos didáticos do tipo material concreto manipulável. Tinha por objetivo central, por um lado, a criação de recursos didáticos singulares, por serem artesanais e de baixo custo, para o ensino de Matemática, principalmente da Geometria Euclidiana e da introdução às Geometrias não Euclidianas. Por outro lado, visava-se à pesquisa de métodos didáticos adequados à aplicação desses recursos com vistas ao desenvolvimento de habilidades matemáticas de alunos da escola básica, licenciandos e docentes em formação continuada.

Até 2004, deu-se prioridade a maneiras diversificadas de se representar formas geométricas por meio da modelagem concreta e atividades relacionadas a se colocar “*hands on*”, ou seja, “mão na massa”. Desde então, com o surgimento de softwares livres da geometria dinâmica, como o *Geogebra* (cuja tradução para o português é do professor Humberto Bortolossi, integrante do GMA), ações e representações virtuais também foram

incorporadas às atividades para serem realizadas. Com tudo isso se buscava contemplar a formação inicial e continuada do professor, com a aquisição de habilidades geométricas, com vistas a uma efetiva profissionalização.

Cumprе enfatizar que se entende a expressão *Laboratório de Ensino de Geometria* como um Laboratório de Educação Matemática (LEM) com dois sentidos, “o de referência a um local físico ou a um processo escolar” (Kaleff, 2016b; p. 52). No primeiro, se trata de uma sala ambientada para a realização de práticas relacionadas a experimentos educacionais (concretos/virtuais), envolvendo recursos manipulativos em atividades matemáticas interdisciplinares. No segundo sentido, considera-se o LEM como um conjunto de procedimentos didáticos os quais transcorrem de maneira bem diferente daqueles comumente realizados no ambiente de uma sala de aula com práticas didáticas expositivas tradicionais.

Como apresentado em Kaleff (2021, 2023), os procedimentos didáticos de um LEM, podem ser considerados, em nossos dias, como os de uma *metodologia ativa*, cujo foco educacional é no desenvolvimento da autonomia do aluno e este, bem como o professor, têm mais liberdade de ação para a escolha dos recursos didáticos e práticas a serem utilizadas. Além disso, os professores trabalham em grupos de alunos de forma respeitosa, com vistas à resolução criativa e colaborativa de uma situação-problema (muitas vezes relacionada com outras disciplinas), ou da descoberta de conceitos e relações matemáticas.

Para a realização de vários projetos de pesquisa e extensão com vistas à melhoria do ensino da Matemática das escolas públicas do Estado do Rio de Janeiro, entre 1994 e 1999, o LEG contou com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por meio do “Subprograma de Ensino de Ciências do Programa de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico” (CAPES/SPEC/PADCT). Assim, além de vários computadores, um conjunto amplo de ferramentas manuais foi sendo amealhado e veio a formar um acervo dedicado ao artesanato e relacionado a desenhos, à marcenaria e à costura. Este ferramental era composto por diversos tipos de régua (T; esquadros, curvas francesas); pantógrafos; serras tipo fita, tico-tico e arco; furadeiras, elétrica e manual; 2 guilhotinas; uma coleção variada de agulhas, martelos, tesouras, boleadores de massa plástica, cortadores de papel etc. Nessa época, também foram adquiridos recursos educacionais concretos manipuláveis confeccionados em madeira e existentes no comércio,

tais como *tangrans* quadrados de 7 peças; dominós; trininós e pentaminós; geoplanos; régua Cuisinaire; blocos lógicos de Dienes; ábacos decimais etc. Os materiais educacionais comerciais, no entanto, eram geralmente de custo não acessível ao professor da escola pública. Por isso, no LEG, eles passaram a ser recriados de maneira singular e artesanal, como também foram produzidos recursos inovadores, a partir de brinquedos (geralmente doados) e material de sucata, ou de matéria prima de baixo custo. Essa se compunha em papelões de textura e espessuras variadas; barbantes e arames, canudos e contas plásticas etc. Foram confeccionados aparelhos artesanais modeladores de esqueletos de arestas de poliedros, de suas planificações e cortes (Kaleff, 2003); *tangrans* diversos e geoplanos de rede quadrada, isométrica e circular (Kaleff, Garcia, Rei, 2005); uma coleção de ábacos romano, árabe, japonês, chinês (Kaleff, 2016c) e muitos outros.

Cabe pontuar que, para cada recurso artesanal, recriado ou novo, foi produzido um *Caderno de Atividades*, cujo objetivo era agir, como um verdadeiro orientador do aluno, por meio de conjuntos de instruções de utilização do recurso didático e da colocação da “mão na massa”, na busca autônoma pelo conhecimento matemático relacionado a ele (Kaleff, 2016b, 2016c, 2023). Dessa maneira, as atividades guiavam o aprendiz (criança ou adulto) para a descoberta, por si mesmo, com vistas à compreensão autônoma do significado dos conceitos matemáticos representados e modelados no recurso didático.

Resumidamente, frente ao exposto, portanto, considera-se que o LEG pode ser caracterizado, desde os seus primórdios, como um *laboratório maker* e, além disso, *sustentável*. É um *laboratório maker* pois incentivava seus usuários, do Ensino Fundamental às Licenciaturas, a colocarem a “mão na massa” para gerarem ações a partir da manipulação e experimentação, por meio de metodologias ativas. Por outro lado, é “sustentável” pois os recursos manipulativos utilizados sempre foram de custo acessível ao público em geral.

Como descrito em Kaleff (2016a, 2017, 2023), a criação de materiais artesanais, iniciativa pioneira do LEG, permitiu que recursos didáticos manipuláveis se tornassem uma realidade acessível ao professor das escolas do interior do estado, pois foram apresentados em dezenas de oficinas e cursos de curta/média duração ministrados em vários municípios, durante a vigência do projeto CAPES/SPEC/PADCT. Por sua vez, o acervo dos recursos também era apresentado em exposições e feiras de Ciências do tipo *Museu Interativo*

realizadas em diversos *campi* da UFF ou em outros locais, por ocasião de eventos estaduais e nacionais ligados à formação de professores e ao ensino de Matemática (Kaleff, 2023).

Originalmente, os recursos didáticos criados, no âmbito de projetos de pesquisa e extensão, eram testados e apresentados em disciplinas ministradas pela autora, nas aulas presenciais na UFF (Licenciatura e Especialização). Com o desenvolvimento dos cursos virtuais, a partir de 2005 até 2018, os recursos também passaram a constar das aulas à distância do Curso de Especialização *lato sensu* para Professores em Novas Tecnologias para o Ensino de Matemática (NTEM), no âmbito da Universidade Aberta do Brasil.

Cabe acrescentar que as demais práticas realizadas durante o século XXI, bem como a complementação de sua fundamentação teórica e alguns cadernos de atividades, encontram-se relatadas em Kaleff (2016a, 2016b, 2017, 2021, 2022), tanto às relacionadas ao NTEM, como as que levaram à elaboração de recursos didáticos inclusivos para pessoas com deficiência visual (Kaleff, 2016c; Kaleff, Rosa, 2020). Enfatiza-se que todos os recursos didáticos criados sob a orientação da autora, com recomendações para sua aplicação, estão descritos em Kaleff (2023). Esse é um livro dinâmico, de acesso livre ao público em geral, no qual constam cerca de setenta recursos, quarenta jogos e mais de oitocentas fotos.

## REFERÊNCIAS

DUVAL, R. **Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels**. Berna: Peter Lang, 1995.

DIENES, Z.; GOLDING, E. W. **Os Primeiros passos em Matemática: exploração do espaço e prática da medição**. São Paulo: Herder, 1969.

KALEFF, A. M. M. R. A Educação Matemática na Universidade Federal Fluminense: um relato do desenvolvimento histórico dos Cursos de Formação de Professores de Matemática. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro, v. 38, p. 09-33, abr. 2001.

KALEFF, A. M. M. R. **Vendo e entendendo poliedros**. 3. ed. Niterói: EdUFF, 2003.

KALEFF, A. M. M. R. Do fazer concreto ao desenho em geometria: ações e atividades desenvolvidas no Laboratório de Ensino de Geometria da UFF. In: LORENZATO, S. (Org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. 3 ed. Coleção Formação de Professores. Campinas/SP: Autores Associados, 2010. p. 113-134.

KALEFF, A. M. M. R. **Memórias de uma trajetória acadêmica de perseverança**. Niterói/RJ: CEAD, 2016a. Disponível em: [Biblioteca em Educação Matemática \(sbemrasil.org.br\)](http://sbemrasil.org.br) Acesso em: 10 mar. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. **Tópicos em Ensino de Geometria**: a sala de aula frente ao Laboratório de Ensino e à História da Geometria. 2. ed. Niterói/RJ: CEAD, 2016b.

KALEFF, A. M. M. R. (Org.) **Vendo com as mãos, olhos e mente**. Niterói/RJ: CEAD, 2016c.

KALEFF, A. M. M. R. Considerações sobre a diversidade dos saberes docentes e a formação em Geometria do professor de Matemática nos cursos de Matemática da Universidade Federal Fluminense. **Educação Matemática em Foco**. João Pessoa/PB, v. 6, n. 01, jan/jun. 2017. Disponível em:

<http://revista.uepb.edu.br/index.php/REMEMF/issue/view/264>. Acesso em: 10 mar. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. O laboratório de Educação Matemática na visão de uma educadora matemática experiente e algumas sugestões para os ensinos presencial, remoto e híbrido. In: BASTOS, M. S. (Org.). **Construindo Saberes e Práticas na Formação Inicial do Professor de Matemática**. Divinópolis/MG. 2021. p. 13-43. Disponível em [https://www.meusritmoseditora.com.br/files/ugd/58e20e\\_f62073a2a2b44640a3b166861c4a1103.pdf](https://www.meusritmoseditora.com.br/files/ugd/58e20e_f62073a2a2b44640a3b166861c4a1103.pdf). Acesso em: 10 mar. 2024.

KALEFF, A. M. M. R. Obstáculos cognitivos e registros semióticos frente à habilidade da visualização na aprendizagem das Geometrias (Euclidiana e não Euclidianas). In: BAIRRAL, M.; BRAVO, G.; IZAR, S. **Retratos de experiências para visualização em Geometria** (Orgs.). Seropédica/RJ: EDURRJ. 2022, p. 09-22.

KALEFF, A. M. M. R. **Recursos didáticos em Educação Matemática: um repositório comentado**. Divinópolis/MG: Meus Ritmos Editora, 2023. Disponível em: [https://www.meusritmoseditora.com.br/files/ugd/58e20e\\_2be2192760a8406daa431f0db3798c2b.pdf](https://www.meusritmoseditora.com.br/files/ugd/58e20e_2be2192760a8406daa431f0db3798c2b.pdf). Acesso em: 10 mar. 2024

KALEFF, A. M. M. R.; ROSA, F. M. C. A insubordinação criativa e um laboratório de ensino: ações de duas educadoras matemáticas na formação de professores de Matemática. In: KALEFF, A. M. M. R.; PEREIRA, P. C. (Orgs) **Educação Matemática: diferentes olhares e práticas**. Curitiba/PR: Appris. 2020, p. 95 -100.

KALEFF, A. M. M. R.; GARCIA, S. S; REI, D. M. **Quebra-cabeças geométricos e formas planas**. 3. ed. Niterói-RJ: EdUFF, 2005.

RAABE, A; GOMES, E. B. *Maker*, uma nova abordagem para tecnologia na educação. **Revista Tecnologias na Educação**, UFC, v. 26, n. 10. v. 26, 2018. Disponível em: [Ano10-número/vol26 – Setembro 2018-Edição Temática VIII- Congresso sobre Tecnologias na Educação\(Ctrl+E\) -Universidade Federal do Ceará – UFC](#). Acesso em: 10 mar. 2024.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight**: a theory of Mathematics Education. Orlando: Academic Press, 1986.

**Palavras-chave**: Laboratório *Maker*; Laboratório de Ensino de Geometria; Recursos didáticos.