



## CONHECIMENTOS E CONCEITOS DE CÁLCULO MENTAL NO ENSINO DE NÚMEROS RACIONAIS SOB A PERSPECTIVA DE GUY BROUSSEAU E GÉRARD VERGNAUD

Ruth Edite Cosme<sup>1</sup>

Danilene Gullich Donin Berticelli<sup>2</sup>

### Introdução

Este trabalho é parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, cuja temática está voltada para o cálculo mental no ensino de números racionais, que objetiva caracterizar a *expertise* profissional de Cecilia Parra. A autora é argentina, professora de Educação Primária, formada pela *Escuela Normal No 1 de Profesoros Roque Saenz Peña*, desde 1974; se formou em 1978 como professora de educação pré-escolar, pelo Instituto Nacional de Treinamento de professores *Seara C. de Ecleston*. No ano de 1987 se tornou graduada em Ciências da Educação e Faculdade de Filosofia e Letras, pela *Universidad de Buenos Aires*. É especialista em Políticas Educacionais desde 2007. Trabalhou na elaboração de documentos curriculares da cidade de Buenos Aires e na produção de materiais para a formação docente, sendo referência em didática da matemática.

A pesquisa de mestrado analisa os documentos curriculares argentinos que trazem a autora Cecilia Parra como diretora de currículo, a convite do Governo da Cidade de Buenos Aires, documentos estes articulados a um material produzido pela autora citada, onde se trabalha atividades envolvendo cálculo mental com números racionais, para professores e alunos. O estudo traz como um dos objetivos identificar aproximações ou afastamentos dos conhecimentos relacionados ao cálculo mental no manual e nas diretrizes. A pergunta que permeia a investigação é: Como se caracteriza a *expertise* profissional de Cecília Parra no ensino de cálculo mental com números racionais presente no material argentino, no período de 2004 a 2010? Para este trabalho a questão que o motiva é: como se deu a articulação das teorias de Brousseau e Vergnaud no manual pedagógico de Buenos Aires?

---

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas –PPGECEMTE -Universidade Federal do Paraná, setor Palotina –UFPR. Palotina/PR, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-5941-3272>. E-mail: [ruthinhacosme@gmail.com](mailto:ruthinhacosme@gmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação (PUC/PR). Docente na Universidade Federal do Paraná -Setor Palotina (UFPR). Palotina, Paraná, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>. E-mail: [danilene@ufpr.br](mailto:danilene@ufpr.br).



Parra trabalhou na elaboração do manual argentino analisado, concomitante ao trabalho desenvolvido como diretora de currículo, promovendo uma conexão entre os conhecimentos de cálculo mental com números naturais, alcançando os racionais, mobilizando os conceitos de Brousseau (2008), com a teoria das situações didáticas e Vergnaud (1996, 2009, 2019), com a teoria dos campos conceituais. O trabalho realizado pela autora, a convite do Governo de Buenos Aires, nos trouxe a oportunidade de explorar sua *expertise* relacionada ao cálculo mental no ensino de números racionais.

A caracterização da *expertise* se consolida por meio da análise de um manual pedagógico, fundamentado nas teorias de Guy Brousseau e Gérard Vergnaud. O mesmo traz orientações e atividades, utilizando conhecimentos de cálculo mental com números racionais<sup>3</sup>. Datado de 2006, se trata de um material desenvolvido a pedido do Governo da cidade de Buenos Aires, período em que Cecilia Parra foi Diretora de Currículo, cujo conteúdo teve como base a elaboração curricular desenvolvida pela autora.

Para compreender a *expertise*, evocamos os autores Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), que a apresentam relacionada ao especialista em educação, como um “[...] fenômeno concomitante à entrada em cena do Estado encarregado da instrução pública [...]” (p. 56). A *expertise* se mostra, de acordo com os autores, a partir do momento em que surge o convite feito pelo Estado, para a elaboração de documentos curriculares e manuais pedagógicos com base em diretrizes curriculares. “A documentação pode nos possibilitar a análise de processos e dinâmicas de constituição do saber profissional do professor pela via de *experts* em educação” (Morais e Valente, 2020, p. 8).

A história cultural, campo historiográfico que constitui um instrumento de produção de objetos culturais e as diversas representações do passado, bem como as formas de visão e interpretação do mesmo (Chartier, 2013), permeia o estudo, visto que os procedimentos de pesquisa são fundamentais neste processo. Neste trabalho, a história cultural nos auxilia na compreensão da articulação do cálculo mental no ensino de números racionais presente no manual argentino.

A pesquisa traz conhecimentos matemáticos, dentre eles o cálculo mental. Para Berticelli e Zancan (2021), esses conhecimentos, quando bem estruturados nas séries

---

<sup>3</sup> Parra foi diretora de Currículo no período de elaboração de vários manuais, entre estes o manual que será estudado que envolve o cálculo mental com números racionais. Os demais abordam cálculo mental com números naturais.

iniciais do ensino fundamental, auxiliam na formação, oportunizando ao indivíduo decifrar “operações de forma mental”, permitindo a este “resolver questões em qualquer outra área, aprimorando seu raciocínio, seu pensamento, sua capacidade de estabelecer conexões” (p. 16-17).

Partindo dessas observações, nossa reflexão se estende aos números racionais: de que forma se ensinavam as frações, porcentagens e decimais na escola? Como o cálculo mental poderia ser mobilizado nestas situações, havia articulações nestes conhecimentos? Concordando com os autores Morais, Bertini e Valente (2020), como compreender a *matemática do ensino* de frações, decimais e porcentagens de uma determinada cultura escolar, estes articulados com o cálculo mental?

Realizamos uma discussão sobre a finalidade do cálculo mental, em diversas situações, envolvendo o ensino de números racionais (frações, decimais e porcentagens). Esta se dará por meio de um diálogo entre dois autores: Guy Brousseau (2008), com a teoria das situações didáticas e Gérard Vergnaud (1996, 2009, 2019), com a teoria dos campos conceituais, em convergência com os conhecimentos e estratégias de cálculo mental presentes no manual argentino, produzido pelo Governo da Cidade de Buenos Aires, também presentes nos documentos curriculares.

Ambas as teorias surgiram a partir de uma entrevista realizada com Parra, em que ela nos apontou as bases teóricas que fundamentam seus estudos e trabalhos relacionados ao cálculo mental. Desta forma, foi necessário um aprofundamento destas teorias, para compreender as atividades apresentadas no manual.

As situações chamadas de didáticas, (Brousseau, 2008), apontam diversos procedimentos ou movimentos, importantes para a elucidação da aprendizagem, em situações de ação, validação, formulação e institucionalização. Por meio destas, o estudante consegue sistematizar os conhecimentos adquiridos e utilizados durante o processo, passando por cada tipo de situação.

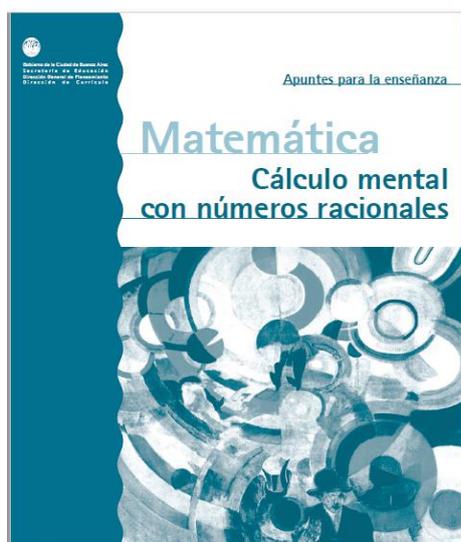
Para que estes conhecimentos se tornem permanentes, é necessário que o aluno tenha condições suficientes para compreender os conceitos que lhes são apresentados, diante das mais diversas situações, conceitos que necessitam estar conectados entre si. Para melhor compreendê-los, Gérard Vergnaud (1996, 2009, 2019) traz apontamentos sobre a construção destes conhecimentos por meio do que ele estabelece como campos conceituais.

Faremos um estudo sobre de que forma algumas atividades que envolvem números racionais, dentro de uma determinada época, sociedade e contexto, são organizadas no que diz respeito a estes conceitos.

## AS TEORIAS DE BROUSSEAU E VERGNAUD NO MANUAL PEDAGÓGICO

O material analisado é uma apostila que faz parte do projeto “Plan Plurianual para el Mejoramiento de la Enseñanza 2004-2007”. Investigamos atividades apresentadas no manual argentino que traz como título “*Matemática – Cálculo mental con números racionales – Apuntes para la Enseñanza*”, produzido pelo Governo da Cidade de Buenos Aires – Secretaria da Educação, que traz como *Directora de Currícula*” a autora Cecilia Parra, além de vários colaboradores: Susana Wolman (Coordenação na área da Educação Primária); Adriana Cajamajor (colaboradora na área da Educação Primária); Patricia Sadovsky (Coordenação autoral e da área de Matemática); María Emilia Quaranta e Héctor Ponce na elaboração do material. Nosso intuito é compreender a matemática do ensino de cálculo mental com números racionais e caracterizar a *expertise* de Parra na elaboração deste material.

**Figura 1:** Capa do manual argentino analisado.



**Fonte:** A autora (2023)

O material analisado possui uma apresentação, onde os autores ressaltam as ações desenvolvidas pela Secretaria de Educação do Governo da Cidade de Buenos Aires para aperfeiçoamento do ensino em nível primário.



É direcionado para os docentes, de modo que se apropriem dos comentários e sugestões e busquem um melhoramento no processo de ensino de Matemática. *Matemática – Cálculo mental con números racionales (Apuntes para la enseñanza)* é uma referência para professores do segundo ciclo, sendo que o material que faz referência aos números naturais<sup>4</sup> se enquadra nos conteúdos de 4º e 5º anos e o material relativo aos números racionais está orientado ao 5º, 6º e 7º *grados* ou anos.

Para este trabalho, traremos brevemente as teorias de Brousseau e Vergnaud e alguns exemplos de atividades presentes no material. Com esse propósito, é necessário discutirmos sobre as teorias, com intuito de refletir sobre questionamentos que surgem conforme análise das atividades, como por exemplo, de que forma as atividades foram elaboradas, partindo de quais princípios? Como se dá o desenvolvimento do estudante diante dos desafios que lhes são apontados em atividades que envolvem cálculo mental com números racionais? Quais conhecimentos são básicos na resolução de uma atividade? O que é necessário saber para poder resolver aquela atividade? Ou nas palavras de Vergnaud (2019), “O desenvolvimento é um processo importante; mas o que é que se desenvolve?” (p. 5).

Nesta perspectiva, é relevante compreendermos a definição de situação, na ótica de Brousseau (2008). Para ele, uma *situacão* é um “[...] modelo de interação de um sujeito com um meio específico que determina um certo conhecimento [...]”. Algumas dessas situações pedem o conhecimento adquirido anteriormente, no entanto, outras oferecem ao sujeito “[...] a possibilidade de construir, por si mesmo, um conhecimento novo em um processo de gênese artificial” (p. 19-20, grifos do autor).

É importante salientar que há uma diferença entre Brousseau e Vergnaud quanto à definição de situação. Moreira (2002) ressalta que o conceito de situação utilizado por Vergnaud não se encaixa no de situação didática, conceituado por Brousseau, no entanto, há um diálogo interessante e pertinente entre os dois conceitos. Segundo o autor, Vergnaud traz a situação como “tarefa”, não como uma tarefa comum ou mesmo isolada. Segundo Moreira (2002), embasado por Vergnaud (1990, 1993), “[...] toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, para as quais é importante conhecer suas

---

<sup>4</sup> Há um manual que antecede este, intitulado *Cálculo mental con números naturales. Apuntes para la enseñanza*.



naturezas e dificuldades próprias” (p. 11). Essas articulações são especificadas de maneira mais profunda no trabalho que se estende além do resumo aqui apresentado.

Neste sentido, para que a situação seja sistematizada, é essencial passar por três momentos. O primeiro é quando os alunos aprendem a criar estratégias, partindo de algo aleatório que eles próprios criaram, e não do que veio do educador (ação). No contexto do cálculo mental dentro de situações com números racionais, por exemplo, percebem que “responder aleatoriamente não é a melhor estratégia” (Brousseau, 2008, p. 23). Após perceberem que necessitam de estratégias, é fundamental que avancem para a segunda fase (formulação), onde “[...] descobrem a importância de discutir e definir estratégias” (p. 24). Nesta, percebem o valor contido no diálogo e na discussão sobre o que podem desenvolver para vencer os desafios. Para a aprendizagem do cálculo mental, esses momentos são fundamentais, pois o aluno deve estar envolvido no processo, criar, ou melhor, formular suas respostas a partir de uma ação inicial.

A validação acontece no momento em que o estudante, por meio de uma teoria, tenta legitimar suas estratégias, utilizadas como forma de obtenção dos resultados. Segundo Brousseau (2008), neste tipo de situação, “os alunos organizam enunciados em demonstrações, constroem teorias [...]” (p. 27) que são produzidas, testadas e atestadas dentro de um sistema determinado.

Parra trata situação de “ação”, colocando a diferença desta para as outras situações, afirmando que “[...] agir resolvendo um problema não é o mesmo que poder escrever, explicar ou ser capaz de escrever um cálculo que recupere e identifique os dados que foram processados [...]” (Parra, 2023, tradução nossa).

Entendemos que o processo de amadurecimento é fundamental para a solidificação das estratégias, visto que, na visão de Vergnaud (1996), este permite que o aluno adquira mais conhecimento, partindo daquilo que ele já consegue compreender<sup>5</sup>.

Na situação de formulação, de acordo com Brousseau (2008), seguida do amadurecimento vindo da ação, há o envolvimento do *meio* onde o estudante está inserido. O conceito de *meio*, nesta condição, se refere ao conjunto de situações que envolvem todo o processo de construção das estratégias realizadas até o momento. O autor traz o conceito

---

<sup>5</sup> Para melhor compreensão, Vergnaud (1996) traz o exemplo de uma criança de 5 anos em contato com alguns conceitos matemáticos. Depois, esta mesma criança, com idade de sete anos, apresentando os mesmos conceitos, porém, com as características bem desenvolvidas do que aprendeu quando tinha 5 anos (p. 14).

“situação de formulação” inserido na segunda fase do jogo “Quem vai dizer 20?” (Brousseau, 2008, p.26).

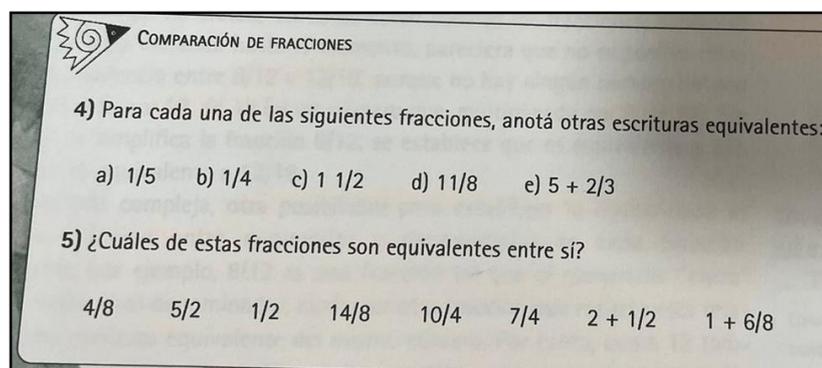
Realizamos uma reflexão sobre as teorias de Guy Brousseau e Gérard Vergnaud em um paralelo com os dados da entrevista com Parra, com o objetivo de ampliar a concepção da forma como as atividades foram desenvolvidas. Doravante, faremos a análise propriamente dita do manual apresentado. Para este, apresentaremos apenas alguns exemplos do que está sendo exposto além do resumo expandido.

Entendemos que nenhuma situação pode ser compreendida sem requerer um mínimo de conhecimento prévio. Algumas requerem mais, outras menos. Desta forma, apresentamos duas situações, a partir da definição de Brousseau (2008).

No ensino de frações equivalentes, em geral, recorre-se ao uso do “macete”, a ideia de multiplicar ou dividir o numerador e o denominador pelo mesmo número. Por exemplo:

$$\begin{array}{c} \times 2 \\ \overbrace{\hspace{1cm}} \\ \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \\ \underbrace{\hspace{1cm}} \\ \times 2 \end{array}$$

Nesta situação, o aluno necessita memorizar o “macete” para encontrar a resposta. Tem que ter domínio do conhecimento prévio que é a ideia de multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número. Mas o conhecimento está ancorado na memorização do “macete”, ou seja, no algoritmo.

**Figura 2:** Situação envolvendo frações equivalentes

Fonte: Buenos Aires, 2006, p. 22

Para trabalhar com equivalência de frações, sugere-se que os estudantes não apelem para o algoritmo convencional baseado na multiplicação ou divisão do numerador e do denominador por um mesmo número. Para os autores do manual, a raiz desta tarefa consiste em analisar o porquê do algoritmo funcionar, ou seja, o que está por trás da ideia de multiplicar ou dividir numerador e denominador por um mesmo número.

Por exemplo, como  $1/8$  é uma fração, você precisa de 8 dessa quantidade para ter um número inteiro, para ter  $1/2$  faltam 4 de  $1/8$ , quer dizer,  $4/8$ . Por tanto,  $4/8$  e  $1/2$  são equivalentes; ou seja  $7/4$  e  $14/8$  são equivalentes porque  $1/8$  é a metade e  $1/4$ , então  $1/4$  equivale a  $2/8$ , assim  $7/4$  equivale a  $14/8$ , etc. (Buenos Aires, 2006, p. 22, tradução nossa).

Os autores do manual afirmam que, embora mobilizar estes raciocínios seja mais dispendioso do que recorrer apenas ao mecanismo de obtenção de frações equivalentes por algoritmo, acredita-se que este processo permite enriquecer o conjunto de relações que os estudantes estabelecem entre as frações, e que a construção dessa rede de relacionamentos ajuda a “segurar” o tema de forma mais sólida (Buenos Aires, 2006). As diretrizes curriculares argentinas apontam a utilização de recursos diversos de apresentar a equivalência de frações, sem exigir, “[...] desde o início, o procedimento de multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número” (Buenos Aires, 2004, p. 581).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise realizada nos apontou Parra como *expert*, visto que a mesma produziu novos saberes da matemática do ensino de cálculo mental com números racionais (Morais, Bertini e Valente, 2021), por meio do convite do Governo da Cidade de Buenos Aires, no intuito de melhorar a qualidade do ensino. Sua *expertise* se caracteriza na produção das diretrizes curriculares de Buenos Aires, na área de matemática, que fortemente conversam com o manual pedagógico direcionado aos docentes, onde teve participação na elaboração. Isto se deu por meio de uma demanda do Estado (Hofstetter, Schneuwly e Freymond, 2017), cumprida pela autora na elaboração dos materiais.

A experiência adquirida por meio da interpretação que fizemos, da análise das fontes, da entrevista e das possibilidades que esta nos proporcionou, mostra que o conhecimento apreendido pelo educador necessita ser sistematizado, sempre que necessário, este buscando inovar suas maneiras de ensinar, embasado por aprofundamentos científicos que lhe tragam solidez, em se tratando de conhecimentos matemáticos, dentre eles os conhecimentos de cálculo mental, que irão acompanhar o aluno pela vida, tanto no meio escolar, acadêmico, quando no quesito social e familiar.

## REFERÊNCIAS

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. **CalMe Pro — Cálculo mental para professores**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.], v. 12, n. 4, p. 1–21, 2021. DOI: 10.26843/rencima.v12n4a08. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982>. Acesso em: 20 mar. 2023.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

BUENOS AIRES. Ministério da Educação de la Ciudad de Buenos Aires. Dirección de Curricula y Enseñanza. **Matemática: cálculo mental con números racionales**. 1 ed. Buenos Aires, 2006.

CHARTIER, Roger. **Defesa e ilustração da noção de representação**. In: Fronteiras, v. 13, n. 24, 17 dez. 2011.

DANTE, L. R. **Ápis Matemática, 5º ano, Ensino Fundamental, anos iniciais**. 3. Ed. São Paulo, Ática, 2017.

MORAIS, R. S., BERTINI, L. F., VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações**:



**do século XIX à BNCC.** 1 ed. – São Paulo, Livraria da Física, 2021.

MORAIS, R. dos S.; VALENTE, W. R. **Os Experts e o saber Profissional do Professor que Ensina Matemática.** CIÊNCIA & EDUCAÇÃO, v. 26, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/PGtgDXQBsQk88TVyVmGGPqh/?lang=pt> Acesso em: 20 de junho, 2023.

PARRA, C. **Diálogo com Cecília Parra.** Entrevista cedida a Danilene Gullich Donin Berticelli e Ruth Edite Cosme. Google Meet, maio/2023.

VERGNAUD, Gérard. **A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos.** Revista do GEMPA, Porto Alegre, Nº 4, 1996.

VERGNAUD, G. **Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder?** Caminhos Da Educação Matemática em Revista (Online). V. 9, n. 1, 2019. Disponível em: [https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos\\_da\\_educacao\\_matematica/article/view/296](https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/296). Acesso em 15 de outubro, 2023.

**Palavras-chave:** Cálculo mental; Números racionais; Expertise.