



UM ESTUDO SOBRE PROPORCIONALIDADE CONTIDO NAS ESCALAS E USO DE RÉGUAS DE CÁLCULO DE W.O.¹

Ana Carolina Costa Pereira²

Amanda Cardoso Benicio de Lima³

Verusca Batista Alves⁴

INTRODUÇÃO E ABORDAGEM METODOLÓGICA

Pesquisas no âmbito da educação matemática tem se aproximado cada vez mais de outra área de conhecimento, a história da matemática, principalmente em se tratando da formação inicial de professores de Matemática⁵. A proposta da interface entre história e ensino de Matemática de Saito e Dias (2013) é uma delas e se direciona para “a constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática” (Saito; Dias, 2013, p. 92).

Essa interface⁶ parte do diálogo entre o historiador das ciências (da matemática) e o educador matemático da qual emergem recursos que podem ser discutidos e inseridos na formação inicial de professores que ensinam Matemática. Dentre esses recursos, que são chamados de documentos na interface, estão os instrumentos matemáticos antigos e os tratados históricos que versam sobre esses objetos.

Nesse sentido, a interface aqui discutida tem como documento as réguas de cálculo do século XVII nomeadas como *Staffe*⁷ e *Transversarie*, contidas no tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* (1639) de autoria do clérigo inglês William

¹ Esse estudo contempla resultados parciais de pesquisas desenvolvidas em nível de doutorado (terceira autora) e da graduação (segunda autora), sob a orientação da primeira autora.

² Pós-doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

³ Graduanda de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE). Bolsista de Iniciação Científica da Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0002-3738-4445>. E-mail: cardoso.lima@aluno.uece.br.

⁴ Doutoranda em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-9884-679X>. E-mail: verusca.alves@aluno.uece.br

⁵ Utiliza-se a grafia matemática para referir-se a área de conhecimento e, Matemática, quando trata-se da disciplinar escolar.

⁶ Para mais informações, vide Saito e Dias (2013).

⁷ Preserva-se a grafia do período no sentido de se evitar anacronismos e manter a originalidade.

Oughtred (1574-1660)⁸. Além disso, tal tipo de estudo não visa sobrepor temas históricos as questões atuais da educação, mas considera que esses recursos históricos, por meio do contexto epistêmico de fabricação e uso, dão significado aos conhecimentos matemáticos explorados.

Assim, esse estudo de Iniciação Científica, tem-se como objetivo apresentar um resultado de uma aplicação de um curso de extensão universitária realizado com estudantes de licenciatura em Matemática, sobre o uso de réguas de cálculo do século XVII para o estudo do conceito de proporcionalidade.

Para isso, realizou-se um estudo do tipo bibliográfico e documental (Marconi; Lakatos, 2017), além das orientações de Saito e Dias (2013) quanto a interface⁹, para o tratamento histórico e didático dos documentos. Com base nisso, elaborou-se um curso de extensão universitária intitulado “Efetuando multiplicações por meio da manipulação das Duas Réguas para Cálculo de William Oughtred”, aplicados com licenciandos em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). A ação ocorreu entre os meses de abril e maio de 2023, no Laboratório de Matemática e Ensino da UECE tendo um total de onze encontros¹⁰ e a participação efetiva de 13 estudantes. Para o momento de organização e análise dos dados, utilizou-se da Análise de Conteúdo de Bardin (2011) e a apresentação dos dados segue a perspectiva da pesquisa descritiva.

A PROPORCIONALIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA E A FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

No que diz respeito a educação básica, o conteúdo de razão e proporção perpassa por diferentes níveis fazendo parte de assuntos nas mais diversas subáreas da matemática, tais como aritmética, álgebra, trigonometria dentre outras e, assim como outros conceitos matemáticos como a multiplicação e a divisão, são fundamentais para o entendimento de

⁸ William Oughtred (1574-1660), inglês, foi um ministro anglicano e estudioso das matemáticas durante os séculos XVI e XVII, que, assim como outros, fizeram parte de um período em que os instrumentos matemáticos estavam em grande disseminação e as preocupações com o letramento matemático recebiam destaque (Alves, 2019).

⁹ No caso da pesquisa histórica, a interface orienta a articulação de três esferas de análise, a contextual, a epistemológica e a historiográfica e, no contexto da produção de atividades, considera-se três momentos, o tratamento didático do recurso histórico, a intencionalidade e o plano de ação (Saito; Dias, 2013).

¹⁰ Compuseram os momentos do curso a sua apresentação, realização de uma sondagem inicial e a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), a exposição do contexto histórico do século XVII, a biografia e produções de William Oughtred, a Declaração das Duas Réguas para Cálculo, o estudo da operação de multiplicação por meio das réguas e a sondagem final do curso.

outros conteúdos matemáticos. No entanto, são poucas as pesquisas que discutem a respeito da razão e proporção, sejam elas relacionadas a área da matemática ou a educação matemática (Lazzaretti, 2022).

Entendendo a importância de uma discussão que se volte a essa temática, principalmente relacionada a educação matemática, considera-se relevante destacar a noção de pensamento proporcional, definido por Lins e Gimenez (1997, p. 52) como uma “estrutura de comparação entre partes ou entre todos, ou entre as partes e um todo, ou como um esquema instrumental que resolve algumas situações especiais de comparação em forma multiplicativa e não aditiva”. A definição nos encaminha a destacar sobre a percepção que se constrói no âmbito escolar do conceito de razão e proporção que, por vezes, é interpretado somente como uma fração, reduzindo a definição a uma única ideia de comparação de medidas.

É preciso considerar, que no Brasil a educação básica tem passado por um momento de transição quanto aos documentos orientadores de ensino. Isso porque grande parte dos professores que ensinam Matemática atuantes foram formados em cursos cujo a orientação de ensino esteve/estão direcionada aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). No entanto, desde 2018, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) surge para substituir e reorientar o ensino, e quando falamos de Matemática, a mudança entre essas orientações é significativa¹¹ (Lazzaretti, 2022).

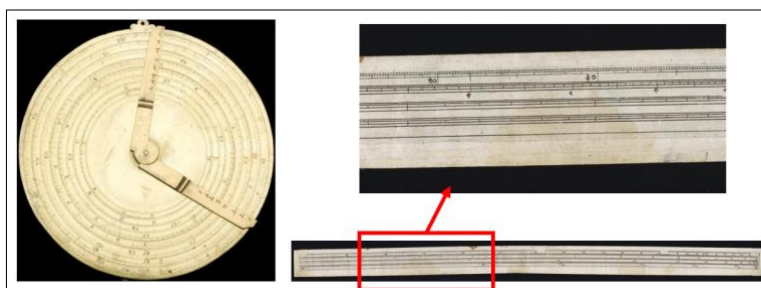
Portanto, entende-se que é um momento interessante para o crescimento de discussões a respeito da formação de professores que ensinam Matemática, na qual, a história da matemática tem sido direcionada por alguns estudiosos como Pereira e Saito (2019) e Saito e Dias (2013), para a formação desse professor, por meio do estudo de antigos instrumentos matemáticos. Dentre os objetivos de tais pesquisas, estão a significação e ressignificação de conhecimentos matemáticos através do estudo desses instrumentos (Alves, 2019).

AS RÉGUAS DE CÁLCULO E SUA INSERÇÃO PARA O ESTUDO DE PROPORÇÃO

¹¹ Para mais detalhes sobre as modificações nas orientações curriculares brasileiras sobre a proporcionalidade, vide Lazzaretti (2022) e Lima (2024).

No tratado de autoria de William Oughtred intitulado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment (1639)*¹², ele apresenta uma régua de cálculo circular, nomeada por círculos de proporção¹³ (figura 1, a esquerda), contida na parte um do livro, e um par de régua lineares, chamadas de *Staffe* e *Transversarie* (figura 1, a direita), inserida em uma declaração anexada a esse, intitulada *The declaration of the two rvlers for calculation*.

Figura 1 – Círculos de Proporção (1633-1640) e régua linear de papel¹⁴ (1638).



Fonte: Adaptado e retirado de *Collection of Historical Scientific Instruments – Harvard University e University of Cambridge Digital Library*.

O manuseio de ambos os tipos de régua, seguem as orientações expressas no capítulo dois de *The Circles of Proportion...*, no qual Oughtred (1639, p. 5, tradução nossa) a princípio apresenta dois teoremas sobre o cálculo da quarta proporcional:

Teorema: Se de três números dados, o primeiro divide o segundo e o quociente multiplica o terceiro; o produto será o quarto proporcional aos três números indicados.

Teorema: Se três números são dados, o segundo divide o primeiro e o quociente divide o terceiro; este quociente posterior será o quarto proporcional, aos três números dados.

Em seguida, para a aplicação nos círculos de proporção, Oughtred (1639) explica:

Abra os braços do Instrumento à distância do primeiro e do segundo número: depois traga o braço antecedente, ou aquele que permaneceu sobre o primeiro número até o terceiro, e assim o braço conseqüente, mantendo a mesma abertura, mostrará o quarto número procurado (Oughtred, 1639, p. 5, grifo do autor, tradução nossa).

¹² A publicação mais antiga que se conhece e se tem acesso dessa obra é do ano de 1632 no qual o autor já apresenta o instrumento círculos de proporção. No entanto, utilizamos nesse estudo a versão de 1639 citada, por conter o anexo.

¹³ Para mais sobre a régua circular e o tratado, vide Alves (2019).

¹⁴ É interessante destacar que ainda não se conhece uma versão física das régua lineares de Oughtred, tendo somente para visualização de sua estrutura, a versão de papel que provavelmente foi feita a partir da original, dado que sua graduação está espelhada.

Quando Oughtred (1639) diz para manter a abertura dos indicadores, o instrumento torna palpável a noção de proporção. Do mesmo modo, no uso das réguas lineares, ele diz

Ao trabalhar com uma proporção usando as réguas, segure a Transversarie em sua mão esquerda, com a extremidade onde está a linha do raio ou linha unitária e, voltada para longe de você, girando esse lado da régua para cima, em que está a linha do tipo do primeiro termo, seja ele número, seno ou tangente: e nele busque o primeiro termo e o outro que lhe é homogêneo. Em seguida, pegue o Staffe em sua mão direita com o lado para cima, no qual está a linha do tipo do quarto termo procurado: e procure nele o termo homogêneo para o quarto. Aplique isso ao primeiro termo no Transversarie e o outro termo homogêneo mostrará no Staffe o quarto termo (Oughtred, 1639, p. 65, grifo do autor, tradução nossa).

E, ao compreender a orientação de Oughtred (1639) para o uso das duas réguas lineares, nota-se também a noção de proporção sendo manipulada por meio do movimento realizado no instrumento. Portanto, as réguas de cálculo de William Oughtred aqui citadas, utilizam princípios matemáticos em seu manuseio, dentre eles, destacando-se a proporcionalidade.

Ainda é conveniente informar, que além da temática de proporcionalidade, vários outros conteúdos matemáticos e operações matemáticas tais como, multiplicação, divisão, logaritmos, cálculo de áreas, estudo de triângulos, dentre outros, são indicados no tratado que apresenta sobre esses instrumentos, utilizando-os como aparatos para realizar esses cálculos.

APLICAÇÃO

A prática aqui discutida foi uma das atividades realizadas durante o curso de extensão. Intitulada por “O teorema de proporção de William Oughtred para a formalização da operação de multiplicação” teve como principal objetivo o uso das réguas para os cálculos com a aplicação dos teoremas da quarta proporcional de Oughtred (1639), já citados e que era composta pelo seguinte exemplo de proporção:

Exemplo I: Se 54 elnes da Holanda forem vendidos por 96 xelins¹⁵, por quantos xelins 9 elnes serão vendidos? O trabalho será assim

$$54el . 96sh :: 9el . 16sh.$$

Pois se na linha de números do Transversarie você busca o primeiro termo 54 elnes, e nessa linha no Staffe você busca 96 xelins; e aplicando um ao outro: então, 9 elnes procurados no Transversarie indicarão 16 xelins no Staffe (Oughtred, 1639, p. 66, tradução nossa).

¹⁵ Xelim (do Inglês: shilling) unidade monetária que foi utilizada nas ex-colônias britânicas, atualmente vigentes em outras nações.

Os participantes foram divididos em quatro equipes para a realização da atividade, no qual para cada uma foram entregues um Cartão Recurso, um Cartão Atividade e um Cartão Produto¹⁶. Apresentamos no Quadro 1 a seguir os registros das equipes 1 e 3.

Quadro 1 – Registros das equipes da atividade do nono encontro do curso.

Equipe	Explicação
1	<p>Aplicação do teorema com o exemplo 1: Primeiramente escolhemos o primeiro termo entre os termos 54, 96 e 9. Sendo ele 54, escolhemos o 96 como segundo termo e o dividiremos pelo primeiro: $\frac{96}{54}$. Em seguida, multiplicamos 9 (3º termo) ao quociente encontrado: $\frac{96}{54} \cdot 9$. O quarto proporcional será o produto do 3º termo com o quociente (chamaremos de x): $\frac{96}{54} \cdot 9 = x \Rightarrow \frac{96}{6} = x \Rightarrow 16 = x$. Logo, 16 é o quarto proporcional.</p> <p>Analisando por meio da proporcionalidade, temos: $\frac{96}{54} = \frac{x}{9}$.</p> <p>x (Quarto proporcional), será o quarto valor envolvido na relação de proporcionalidade.</p> <p>Nas régua: Se considerarmos a posição da <i>Staffe</i> acima da <i>Transversarie</i>, os números marcados representarão os numeradores da relação de proporção encontrada, e os números marcados na <i>Transversarie</i> serão os denominadores dessa relação.</p>
3	<p>Primeiramente, como na atividade anterior, vamos definir quem são os termos. Vamos pegar o 54 como o 1º termo, de acordo com o teorema não faz diferença a escolha do 2º e 3º termo. Usando a régua, marcamos o 1º termo na <i>Transversarie</i>, que nesse caso é o 54, da 2º metade da régua. Na <i>Staffe</i>, a gente marca o 2º termo alinhando ao 1º, nesse caso o 2º termo é o 96. Após isso, marcamos o 3º termo na <i>Transversarie</i> e procuramos o número que está alinhado a ele na <i>Staffe</i>, que é o 16. O próximo passo do teorema diz que o 1º termo divide o 2º, $54 96 \Rightarrow \frac{96}{54} = 1,77$. Após isso, basta multiplicar o quociente pelo 3º termo e aí temos o proporcional aos 3 números dados: $1,77 \cdot 9 = 16$. Observe que isso é facilmente percebido usando as régua facilitando os cálculos.</p>

Fonte: Elaborado pelas autoras (2023)

As duas equipes aplicaram as orientações de uso e os teoremas de Oughtred (1639) na execução da atividade, mobilizando seus conhecimentos matemáticos. No que diz respeito a explicação matemática descrita pelos grupos, a equipe 1 desenvolve associando a frações e em seguida realizando o produto e simplificação delas obtendo a igualdade $\frac{96}{6} = 16$, que corresponderia ao quarto proporcional. Já a equipe 3, associa os procedimentos a valores decimais obtendo a igualdade $1,77 \cdot 9 = 16$, no entanto, representando também uma visão de proporção associada a fração.

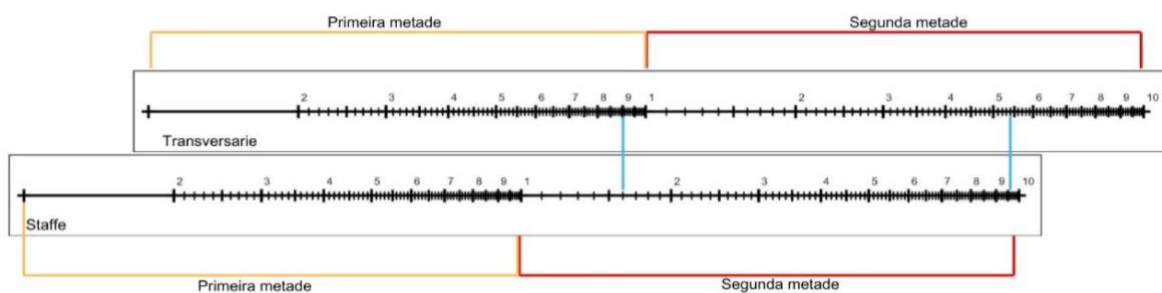
No que se refere ao manuseio das régua para a resolução do exemplo, a equipe 3 indica a posição dos valores iniciais 54, 96, e 9 obtendo um valor aproximado¹⁷ de 16, ao fazer a leitura no instrumento. Na Figura 2 a seguir é possível visualizar o manuseio das

¹⁶ O Cartão Recurso fornece as principais informações para a compreensão da atividade, enquanto o Cartão Atividade orienta os cursistas sobre o que devem fazer nela e o Produto é o local onde se ocorre os registros da resolução do que foi proposto na atividade.

¹⁷ Em Oughtred (1639), ele explica o modo como realizar a leitura de qualquer valor nas régua, ainda que sua graduação seja limitada.

réguas por parte da equipe. As linhas amarelas e vermelhas na imagem indicam o momento em que os números das régulas começam a repetir, sendo nomeadas pela equipe por “primeira metade” e “segunda metade”, já as linhas azuis correspondem aos números alinhados.

Figura 2 – Manuseio das régulas para a resolução do exemplo indicado



Fonte: Elaborada pelas autoras (2023)

A respeito da configuração das régulas no manuseio, a equipe 1 salienta que os números nas régulas corresponderão aos numeradores e denominadores da razão, fazendo novamente uma associação a noção de fração. Dito isso a proporção estabelecida pela equipe é $\frac{96}{54} = \frac{x}{9}$, com x correspondendo ao quarto proporcional. Ainda assim, observa-se indícios, como o posicionamento das régulas, de uma estrutura comparativa de partes, conforme citado por Lins e Gimenez (1997), propiciando uma possível ressignificação das noções de proporção como somente uma igualdade de frações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade realizada revelou interessantes ações na formação do conceito matemático de proporção, dos participantes. Destacou que a princípio, as razões e proporções estabelecidas são, em grande parte, entendidas como frações. Isso evidencia uma possível compreensão parcial da proporcionalidade uma vez que durante todo o curso de extensão, sempre estavam relacionando a frações. Ainda que a noção de proporcionalidade não possa ser reduzida a somente uma ideia de fração, tais conhecimentos possuem relação e esse são estabelecidos pelos participantes.

Também, destaca-se o manuseio dos instrumentos no curso como um elemento potencialmente didático na construção de significados e na ressignificação de conhecimentos previamente estabelecidos pelos participantes, que podem permitir a esse professor em



formação inicial, apropriar-se de novas compreensões sobre o conteúdo matemático que irá ensinar.

REFERÊNCIAS

ALVES, Verusca Batista. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - IFCE, Fortaleza, 2019.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011. Tradução de: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro.

LAZZARETTI, Raiana. **Uma análise do conteúdo de razão e proporção em livros didáticos no ensino fundamental**. 2022. 4 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Centro de Ciências Naturais, Universidade Federal de Santa, Fortaleza, 2022.

LIMA, Amanda Cardoso Benicio de. O conceito de proporção presente no manuseio das Duas Régua para Cálculo de William Oughtred sob a visão de licenciandos em matemática da Uece. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 11, n. 32, p. 1–15, 2024.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus Editora, 1997.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

OUGHTRED, William. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment**. London: Elias Allen, 1639.

PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Cocar**, UEPA, v. 13, n. 25, p. 342-372, fev. 2019.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática; Proporcionalidade; Instrumentos Matemáticos.