

A GEOMETRIA DAS CÚPULAS: da arquitetura ocidental antiga às construções indígenas brasileiras

Flausino Lucas Neves Spindola¹

Marina de Miranda Martins²

INTRODUÇÃO

Este trabalho busca identificar um paralelo entre a teoria matemática das linhas de curvatura sobre o famoso Elipsoide de Monge, e o conhecimento tradicional de povos indígenas do alto Xingu, os quais na construção de sua habitação coletiva, a maloca, fazem uso de estrutura onde as linhas de sustentação em que instalam as ripas e caibros coincidem exatamente com a teoria matemática de linhas de curvatura e pontos umbílicos sobre um elipsoide de três eixos distintos. Tratamos aqui da conexão entre o conhecimento ancestral indígena e o conhecimento científico europeu.

A metodologia consiste em pesquisa bibliográfica, recorrendo a imagens de acervos de grupos de pesquisas como o Tecnoindia, da Universidade Federal do Mato Grosso, Abya-yala, da FAU-USP, o Guia de Fontes sobre Arquitetura Popular, da Universidade Federal da Bahia, bem como textos e artigos históricos sobre Geometria Diferencial e o Elipsoide de Monge.

O Brasil possui 252 povos indígenas, dentre os quais encontramos mais de 150 línguas (2017 apud TRONCARELLI 2019, p. 706). Em termos quantitativos, são poucos os trabalhos que abordam as habitações indígenas. Segundo Troncarelli (2019, p. 706), no período entre 1980 e 2018, foram identificados 13 trabalhos de pós-graduação de arquitetos e engenheiros, com enfoque na arquitetura de povos indígenas.

¹ Doutor em Matemática Aplicada pela Universidade de São Paulo. Professor da Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Maranhão, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1411-5915>.

E-mail: flausino.spindola@ufma.br

² Doutora em Arquitetura pela Universidade de Lisboa. Professora da Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8459-951X>. E-mail: marina.martins@ufma.br

Falar sobre habitação indígena brasileira parece ter sempre um quê de desafio. Nos arquitetos, ela até pode despertar admiração, mas em geral fica mesmo entre o pitoresco e o exótico. Não é difícil encontrar desconhecimento e descaso. (...). Duvida-se que possa ser o sofisticado resultado de um longo processo de experimentação, ou que tenha muito o que ensinar. (2015 apud PORTOCARRERO 2018, p. 12)

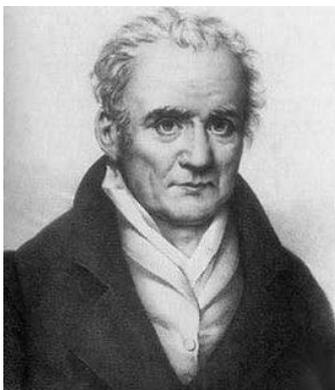
A citação acima é encontrada no texto “Habitação Indígena: uma provocação necessária”, que faz a abertura do livro sobre Tecnologias Indígenas do professor Botura Portocarrero (Portocarrero, 2018). Em resposta à provocação de Sá, o presente trabalho propõe levar imagens das habitações e comunidades indígenas para a sala de aula de geometria, de maneira que seja verificado que na construção da habitação maloca dos povos indígenas do Alto Xingu, a estrutura de sustentação muito se assemelha à solução construtiva proposta por Gaspard Monge no século XVIII, ocorrendo o diálogo entre o saber tradicional indígena e o conhecimento científico ocidental.

O Elipsoide de Monge

Gaspard Monge (1746 – 1818) foi um célebre matemático e engenheiro francês, o qual desenvolveu o método da geometria descritiva e um estudioso da Geometria Diferencial. Monge esteve envolvido na reforma do sistema educacional francês, e ajudou a fundar a famosa *École Polytechnique*.

É ainda mais importante entender que Monge colocou uma ênfase considerável no ensino. Ele entendeu que a nação precisava de um grande número de trabalhadores, engenheiros e cientistas, e que eles precisavam de educação de qualidade, especialmente em matemática. Para ele, a pesquisa matemática e o ensino são duas facetas de uma mesma atividade. (Ghys, 2011)

Além de grande professor e instigador das ciências, foi ministro da Marinha, embaixador, senador e amigo pessoal de Napoleão Bonaparte. (Ghys, 2011).

Figura 1: Gaspard Monge

Fonte: Society Picture Library

Dentre os problemas interessantes que Monge abordou, podemos citar o problema de transporte de ótimo de terra, e a proposta de construção do prédio do Parlamento da Revolução Francesa (Sakarovitch, 2009, p. 1297).

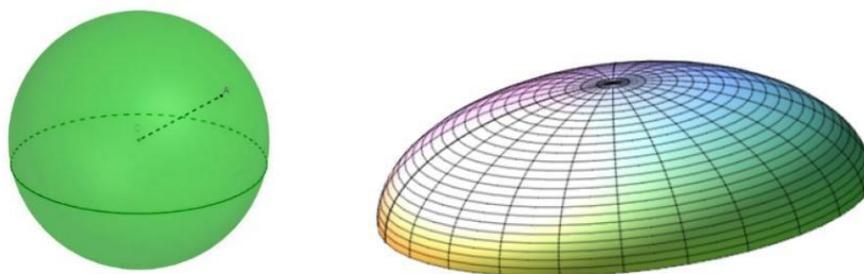
As cúpulas das construções da Europa medieval ou do período renascentista, em geral, têm formato que pode ser modelado por uma esfera ou por um elipsoide de revolução. Na figura 2, ilustramos o Duomo de Florença, cuja construção iniciou em 1293 e foi concluída em 1436.

Figura 2: Duomo de FlorençaFonte: <https://viviaviagem.com/florenca/>

A figura geométrica elipsoide, que pode ser motivada na aula de geometria e de cálculo por meio desta ação interdisciplinar, tem a expressão $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, sendo x, y, z as variáveis reais e a, b, c os parâmetros, todos não-nulos. No caso em

que ocorrer $a = b = c \neq 0$, temos uma esfera. Sendo dois destes parâmetros iguais, e um diferente, temos o caso do elipsoide de revolução:

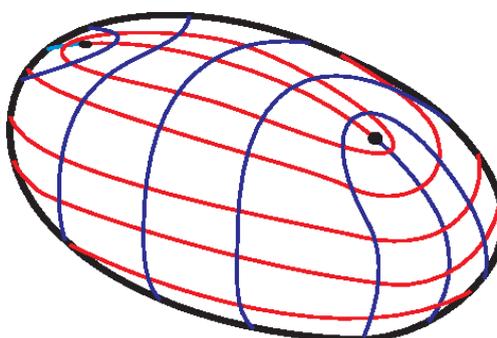
Figura 3: Esfera, à esquerda, e à direita o elipsoide de revolução.



Fonte: Acervo do autor.

Caso $a \neq b \neq c$ e $a \neq c$, sendo todos não-nulos, temos o elipsoide de três eixos distintos, o qual é chamado de *Elipsoide de Monge*.

Figura 4: Elipsóide de Monge.



Fonte: Sotomayor (1993, p.33)

Na Figura 4, as linhas em vermelho e em azul são chamadas de *linhas de curvatura* da superfície, e o conjunto destas linhas com os pontos pretos (que totalizam quatro: dois em cima e dois embaixo) formam o que chamamos de *configuração principal da superfície*.

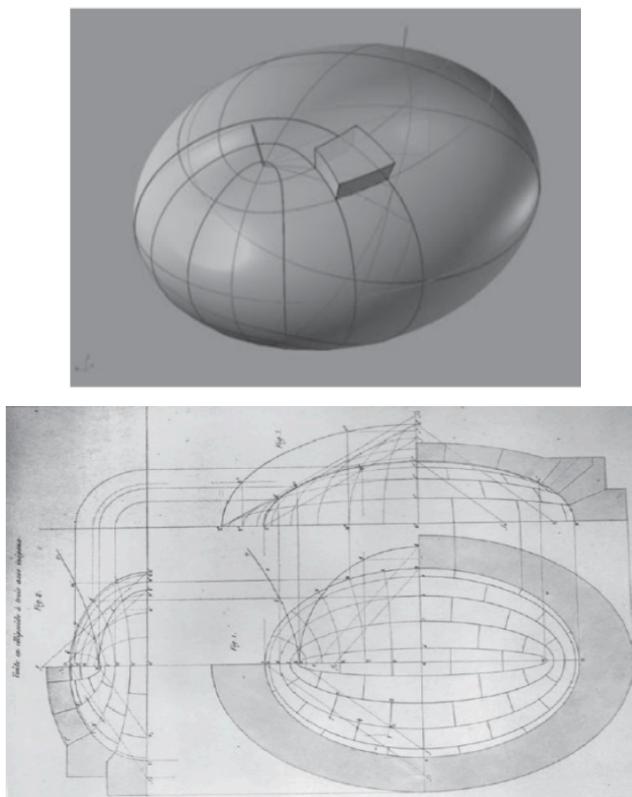
O conceito de linhas de curvatura é central neste texto e, intuitivamente, pode ser entendido da seguinte forma: em cada ponto da superfície (a menos dos pontos pretos) existe uma direção em que a superfície se curva mais e uma em que se curva menos; e as linhas azuis e vermelhas são os desenhos que acompanham estas direções. Os pontos pretos são chamados umbílicos, pois neles não há direção de maior ou menor

curvatura, ou seja, a superfície se curva igualmente em todas as direções ao redor destes pontos. No elipsoide de Monge há 4 pontos umbílicos. Matematicamente, as linhas de curvatura são determinadas resolvendo a *equação diferencial das linhas de curvatura*. (TENENBLAT, 2008, p. 188)

No caso de um elipsoide de revolução, as linhas de curvatura coincidem com as traçadas na Figura 3 (os meridianos e os paralelos), e há dois pontos umbílicos (os dois polos). Na esfera, todos os pontos são umbílicos.

No processo construtivo, as linhas de curvatura desenham a solução ótima para o encaixe dos blocos em uma estrutura. Desta forma, considerando o problema de construir uma cúpula elipsoidal, ilustramos na Figura 5 os projetos realizados para o intento de Monge.

Figura 5: Projeto de construção da cúpula elipsoidal



Fonte: Sakarovitch (2009, p. 1297)

Por limitações técnicas, o projeto de Monge não foi realizado à época. Constata-se, hoje em dia, o Grande Teatro Nacional da China (2007), construção

contemporânea o qual possui, segundo imagens, estrutura que obedece às linhas do elipsoide de Monge:

Figura 7: Grande Teatro Nacional da China



Fonte: <https://edition.cnn.com/travel/gallery/beautiful-concert-halls/index.html>

As Habitações Indígenas do Alto Xingu

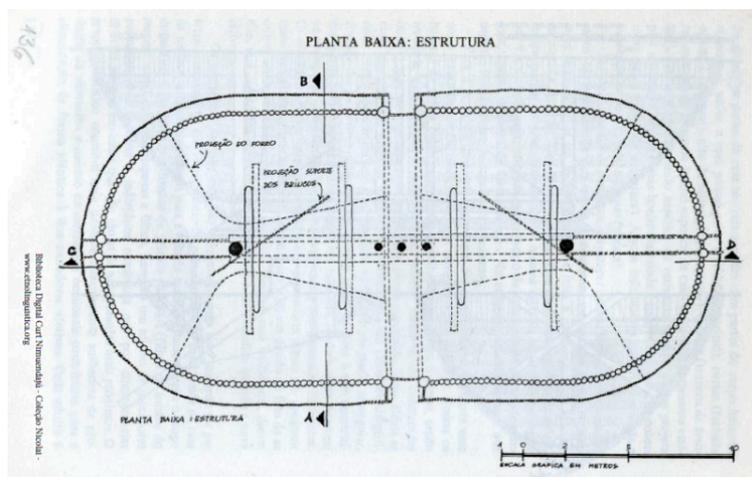
O Território Indígena do Xingu (TIX) está situado ao norte do estado do Mato Grosso, no Brasil, com área de 2.825.470 hectares, ao sul da Amazônia brasileira.

A TIX se divide em quatro terras indígenas: Terra Indígena Parque Indígena do Xingu (TIPIX), TI Batovi, TI Wawi e TI Pequizal Naruvòtu. A região chamada de Alto Xingu, mais ao sul, compreende 11 povos.

Nesta região estão os povos Aweti, Kalapalo, Kamayurá, Kuikuru, Matipu, Mehinako, Nahukuá, Naruvòtu, Trumai, Waujá e Yawalapiti. Apesar de terem línguas diferentes, apresentam costumes, modo de vida e visão de mundo semelhantes, embora cada um desses povos mantenha sua identidade étnica. (TRONCARELLI, 2019, p. 708)

Sá e Corrêa relataram a construção da casa Yawalapiti (SÁ; CORRÊA, 1979, p. 133-139), de planta baixa elipsoidal, como na Figura 8, cuja construção demorou em torno de seis meses. Os pontos pretos são onde estão alocados os caibros de sustentação da maloca, e coincidem com os focos da elipse da planta baixa.

Figura 8: Planta baixa elipsoidal da maloca Yawalapiti.



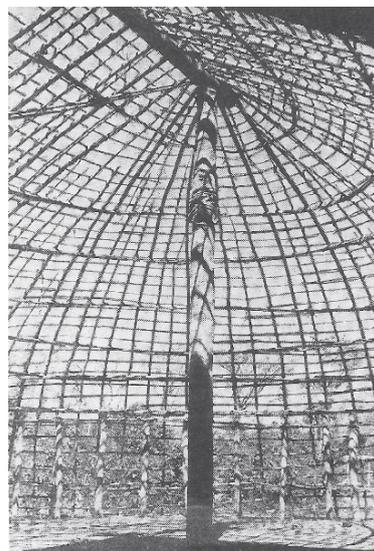
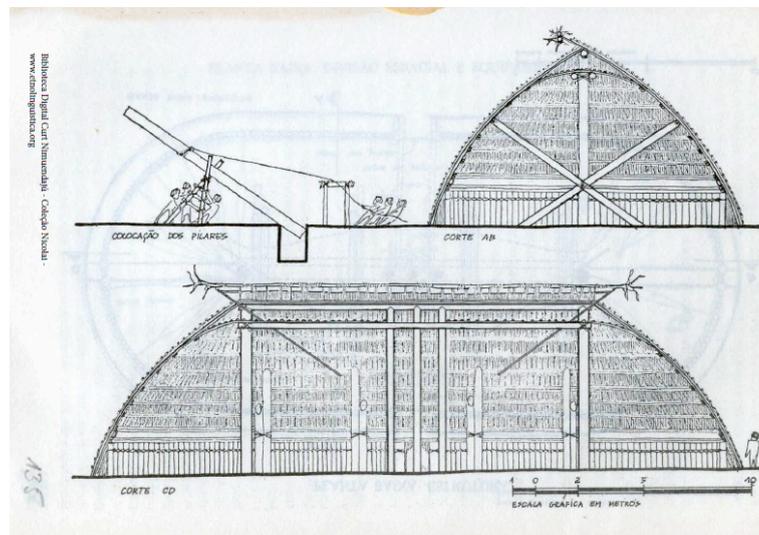
Fonte: Sá; Corrêa (1979, p. 136)

Sobre a organização da aldeia, Cristina Sá ainda escreveu:

Todas as casas da aldeia Yawalapiti seguem o mesmo padrão de organização espacial, independentemente de terem a forma tradicional, de se apresentarem com diferenciação entre teto e parede, ou mesmo de terem planta baixa retangular. Esse padrão é o mesmo observado nas casas de outras aldeias do Alto-Xingu, mesmo naquelas que são fortemente influenciadas por modelos externos à cultura xinguana, tais como as casas de taipa de mão das aldeias Kamayurá e Kalapalo. (SÁ, 1983, p. 117)

Conforme pode ser observado na Figura 9, que mostra a elevação da maloca, o desenho formado pela estrutura de madeira e de fibras que servirão de sustentação à maloca está em coincidência com a configuração principal do elipsoide de Monge (Figura 4), bem como com o projeto para a cúpula elipsoidal (Figura 5).

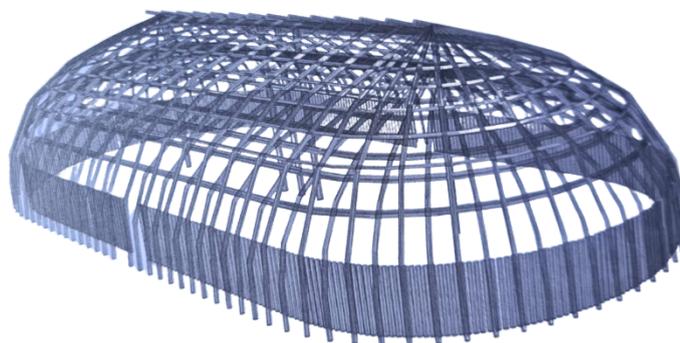
Figura 9: Estrutura da casa Yawalapiti. À esquerda, construção e, à direita, vista da cúpula.



Fonte: Sá (1983, p. 115)

Ilustramos, ainda, uma maquete 3d da casa Kamayurá. Considerando esta maloca, podemos modelá-la aproximadamente por um elipsoide de Monge, de modo que, imediatamente acima dos dois caibros de sustentação estão os pontos umbílicos da abóbada. Ligando os dois pontos umbílicos, temos a chamada separatriz umbílica.

Figura 10: Maquete 3d da casa Kamayurá



Fonte: Portocarrero (2018, p. 145)

Ressaltamos o diálogo entre o conhecimento matemático ocidental, o qual é considerado oficial nos currículos e na formação dos alunos em todas as etapas de ensino no Brasil, e o conhecimento tradicional dos povos originários, em especial aqueles do alto Xingu. No problema específico da construção de uma cúpula elipsoidal, ambas as culturas chegam à mesma solução, por vias diferentes.

Vale ressaltar a informação que os índios fazem suas casas sem projeto. “O que define a peculiar arquitetura indígena é o produto de um não-desenho” (PORTOCARRERO, 2018, p. 33). As construções sempre foram executadas com base na memória e na tradição oral.

Durante a pesquisa de campo, nunca foi mostrado ou executado qualquer desenho em papel pelos informantes indígenas; havendo necessidade de algum esclarecimento, o “croquis” era feito em terra com uma varinha, ou com o próprio dedo. (PORTOCARRERO, 2018, p. 34)

Portanto, podemos falar em uma etnogeometria, a qual não se manifesta pelo papel, e fica evidenciada no momento de resolver problemas construtivos.

Conclui-se que, imagens de construções indígenas e da forma de organização das comunidades, podem ressignificar a aula de geometria, para além daquele conteúdo matemático instituído formalmente.

Os povos indígenas, desde a ancestralidade, efetuam a construção da cúpula elipsoidal. As técnicas da arquitetura ocidental não se mostraram possíveis de realizar o mesmo tipo de construção no séc. XIX, sendo apenas possível de ser encontrado tal cúpula em 2007.

Portanto, convém ampliar o entendimento a respeito dos saberes originários, os quais podem ser mais amplos do que podemos compreender. Num tempo em que a biodiversidade é o tema da vez, a geometria dos povos indígenas pode ser um tema extremamente atraente para ser trabalhado em sala de aula.

REFERÊNCIAS

GHYS, E. Gaspard Monge: le beau, l'utile et le vrai. In: Images des Mathématiques. Disponível em: < <https://images.math.cnrs.fr/Gaspard-Monge.html?lang=fr> > Acesso em 31/03/2024.

PORTOCARRERO, J. **Tecnologia Indígena em Mato Grosso: Habitação**. 2 ed. Cuiabá: Entrelinhas, 2018.

SÁ, C. Observações sobre a Habitação em Três Grupos Indígenas Brasileiros. In: Novaes, S. **Habitações Indígenas**. São Paulo: Nobel: Ed. USP, 1983. p. 103 – 145.

SÁ, C., CORRÊA, E. Habitação Indígena no Alto Xingu. In: Silveira, E. Félix, M. **Encontros com a Civilização Brasileira**. Rio de Janeiro. 1979. Vol. 12. p.129-142.

SAKAROVITCH, J. Gaspard Monge Founder of “Constructive Geometry”. **Proc. Third Int. Congress Construction History**, May, 2009. pp 1293-1300.

SOTOMAYOR, J. O Elipsoide de Monge. In: **Matemática Universitária**, Rio de Janeiro, n. 15, p. 33-47, dez. 1993. Disponível em: <https://rmu.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/27/2018/03/n15_Artigo04.pdf> Acesso em 31/03/2024.

TENENBLAT, K. Introdução à Geometria Diferencial. 2 ed. Blucher. São Paulo. 2008.

TRONCARELLI, R. Arquitetura Indígena Xinguana: um Estudo das Representações. In: Colóquio Internacional Imaginário: Construir e Habitar a Terra, 3, 2019, São Paulo. **ATAS III ICHT 2019**. São Paulo: FAUUSP, 2019. p 705 – 724.

Palavras-chave: Arquitetura Vernacular; Elipsoide de Monge; Conhecimento Tradicional; Geometria Diferencial; Linhas de Curvatura.