



A MATEMÁTICA DO ENSINO DE FRAÇÕES: análise histórica do saber profissional do professor (RJ/1970)

Armando Freitas Tramontano¹

Denise Medina França²

INTRODUÇÃO

Esse texto é parte de uma pesquisa de doutoramento, em seu quarto ano de desenvolvimento, cujo título é *Zoltan Paul Dienes e a matemática do ensino de frações: uma análise histórica do saber profissional do professor que ensina matemática, em publicações oficiais do Estado do Rio de Janeiro (1970-1980)*. O estudo alinha-se às pesquisas realizadas pelo Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática – GHEMAT Rio em seu projeto chamado *Uma caracterização da Matemática a ensinar e para ensinar em publicações do Laboratório de Currículo do Estado do Rio de Janeiro (1975-1983)*³. O GHEMAT Rio tem realizado pesquisas de iniciação científica, mestrado e doutorado no acervo do Laboratório de Currículos⁴ (LC) e nota-se as teorias de Zoltan Paul Dienes figurando nas orientações de diversas destas publicações. A relevância do trabalho do LC para o Estado do Rio de Janeiro leva-nos à busca de entender como se deu a *apropriação* das ideias de Zoltan Paul Dienes, sobre o ensino de frações, nas publicações do LC, nas décadas de 1970 e 1980. Na tese em desenvolvimento, buscamos compreender os saberes *a ensinar frações e para ensinar frações* sistematizados em publicações oficiais dirigidas a professores das séries iniciais do estado do Rio de Janeiro, nas décadas de 1970 e 1980.

¹ Doutorando em Educação pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Professor na Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro (SEEDUC), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0315-1173>. E-mail: ftarmando@gmail.com.

² Doutora em Educação pela Universidade de São Paulo; Professora da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1649-5816>. E-mail: denisemedinafranca@gmail.com.

³ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

⁴ Todo o material que temos acesso referente ao acervo do Laboratório de Currículos encontra-se no Repositório Institucional da UFSC: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769>.

Nesse texto, propomos um recorte e buscamos responder à seguinte questão: quais saberes *a ensinar frações* e *para ensinar frações* são sistematizados nas publicações do Laboratório de Currículos, na década de 1970? Inferimos que a análise das produções do LC possibilita a compreensão do processo de sistematização de saberes de referência historicamente, fato que pode nos levar a alcançar os saberes que circularam no Rio de Janeiro nas décadas 1970 e pode contribuir para a elaboração de novos saberes profissionais para a formação do professor que ensina matemática. Cabe ainda informar que o Laboratório de Currículos foi criado pela Secretaria de Estado de Educação e Cultura, em 1975, com os objetivos gerais de determinar as necessidades do Sistema Estadual de Educação e Cultura e elaborar os Planos Gerais da Educação do Estado.

REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO

Esse estudo situa-se no âmbito da História da educação matemática (Hem) e alinha-se a pesquisas que se dedicam à análise da profissionalização docente (Hofstetter; Schneuwly, 2017, 2020; Borer, 2017; Valente, 2020). Por se tratar de uma pesquisa sócio-histórica, buscamos amparar nossas discussões em De Certeau (2020), que nos guia no fazer historiográfico e na construção adequada dos objetos de pesquisa.

Portanto, considerando que a escola é produtora de saberes, recorreremos ao conceito de *cultura escolar* conforme Julia (2001), que nos auxilia a compreender os processos históricos de constituição do saber profissional no contexto escolar, como também o processo de transformação de saberes profissionais, durante o Movimento da Matemática Moderna.

Recorreremos aos estudos de Hofstetter e Schneuwly (2017), os quais distinguem os saberes *a ensinar* (objetos do trabalho docente) e saberes *para ensinar* (ferramentas do trabalho do professor). Valente (2020) discute a *matemática a ensinar* (que o professor deve ensinar a seus alunos, ou seja, o que deve ser ensinado) e a *matemática para ensinar* (a matemática que o professor precisa saber para ensinar matemática a seus alunos, ou seja, é um conjunto de ferramentas mobilizadas pelo professor durante a aula). Costa *et al* (2023,

p. 10) afirmam que “assim caracteriza-se a matemática do ensino: como uma relação entre a matemática a ensinar e a matemática para ensinar”.

Dessa forma, podemos definir como hipótese teórica da nossa pesquisa a existência de uma *matemática a ensinar fração* e de uma *matemática para ensinar fração*, articuladas com os saberes *a* e *para ensinar fração*, que buscamos evidenciar nas publicações do LC aqui analisadas, pois assim como defendem Moraes, Bertini, e Valente, (2021, p. 9-10) a *matemática do ensino* caracteriza uma matemática que é própria da cultura escolar, podendo ser definida como “[...] uma matemática elaborada historicamente pelo meio escolar que serve às diferentes finalidades postas para o ensino nas diversas épocas em que se exercem as práticas pedagógicas”.

Diante dos fatos relatados acerca de nossa intenção com a *matemática a ensinar fração* e a *matemática para ensinar fração*, buscamos compreender a especificidade do trabalho de Moraes, Bertini e Valente (2021) no artigo intitulado *A matemática do ensino de frações: do século XIX à BNCC*. Nele, os autores definem uma metodologia de análise a partir das categorias de *sequência, significado, graduação e exercícios e problemas* que seguimos no estudo de nossas fontes documentais, pois tais categorias “se mostram como integrantes de uma anatomia do saber escolar, em nosso caso, da matemática do ensino” (Moraes; Bertini; Valente, 2021, p. 18).

ANÁLISES

Iniciamos nossa análise pelo material intitulado *Reformulação de Currículos 1.º volume – Pré-Escolar e 1.º Grau* (Rio de Janeiro, 1976) pois trata-se de uma publicação do LC que apresenta a organização curricular de forma geral. A partir dela, elaboramos o Quadro 1 contendo os objetivos específicos referentes ao ensino de matemática separados por séries⁵ – com foco na parte relacionada ao ensino e a aprendizagem das frações. Separamos estes objetivos em “primeiras séries” e “últimas séries” do Primeiro Grau (assim como no documento do LC).

⁵ Como a publicação não deixa clara a correspondência série-tema, analisamos as publicações de cada série a fim de inferir os temas correspondentes para a produção do Quadro 1.

Quadro 1 – Objetivos específicos ao ensino de frações definidos na publicação do LC

Série	Primeiras séries	Série	Últimas séries
3. ^a	Realizar partições.	6 ^a	Reconhecer a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão como operação definidas no conjunto dos números racionais.
3. ^{a6} ; 4. ^a	Estabelecer relações de equivalência.	?	Identificar a propriedade de fechamento da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão de números racionais.
4. ^a	Efetuar adições, subtrações, multiplicações e divisões de frações ordinárias.	? ⁷	Identificar os racionais como números decimais limitados ou dízimas periódicas.
4. ^a	Reconhecer números proporcionais.		

Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Reformulação de Currículos 1.º volume – Pré-Escolar e 1.º Grau (Rio de Janeiro, 1976, p. 159-163)

O Quadro 1 tem o intuito de situar e facilitar a compreensão do leitor quanto aos objetivos referentes ao saber “fração” nos impressos do LC, além de auxiliar-nos na elaboração da escrita deste texto. O tema das frações, neste texto, é analisado nas publicações Proposta Metodológica – 1.º grau – 3.^a série (Rio de Janeiro, 1978a) e Proposta Metodológica – 1.º grau – 4.^a série (Rio de Janeiro, 1978b), publicadas pelo Laboratório de Currículos da Secretaria de Estado de Educação e Cultura do Estado do Rio de Janeiro.

Figura 1 – Capa das publicações do LC

⁶ O conceito de fração equivalente é introduzido na 3.^a série.

⁷ O símbolo ? no Quadro 1 significa que ainda não encontramos os livros referentes a 7.^a e 8.^a séries. Dessa forma, não podemos inferir sobre o momento do trabalho destes temas.



Fonte: Rio de Janeiro (1978a) e Rio de Janeiro (1978b).

Observando o Quadro 1, podemos notar que a publicação Proposta Metodológica – 1.º grau – 5ª série (Rio de Janeiro, 1978c) não trata do tema fração. Nossas análises mostram que, após a 4.ª série, o tema somente é retomado na 6ª série do Primeiro Grau.

Sendo assim, iniciamos nossas análises pela publicação Proposta Metodológica – 1.º grau – 3.ª série (Rio de Janeiro, 1978a) que apresenta a introdução do conceito de fração, após o tratamento das quatro operações básicas com números naturais e faz a construção do conceito de fração a partir das estruturas de comparação e equivalência. Na *sequência*, após o tratamento das frações, são trabalhadas as probabilidades e chega-se a tratar de eventos que ocorrem com maior frequência.

Inferimos que esse tratamento dado aos assuntos após o trabalho com as frações na publicação Proposta Metodológica – 1.º grau – 3.ª série (Rio de Janeiro, 1978a) esteja ligado às influências do Movimento da Matemática Moderna (MMM), pois esse movimento modernizador visava levar uma matemática mais rigorosa às salas de aula da escola básica, desenvolvendo as estruturas lógicas da matemática (França, 2019).

Na publicação *Proposta Metodológica – 1.º grau – 3.ª série* (Rio de Janeiro, 1978a) nota-se que o *significado* pretendido com o trabalho inicial das frações é a construção do conceito de que ao trabalhar com frações é necessário realizar partições do inteiro em partes iguais. É feita a introdução da notação de fração e inicia-se o raciocínio da equivalência, ambos através da comparação das partes em que o inteiro está dividido.

Nesse sentido, refletimos acerca do LC se apropriou das ideias de Jean Piaget e do MMM no Brasil. Assim, no sentido de uma *graduação* do ensino, a publicação sugere a primeira atividade como *introdutória* ao conceito de fração; a segunda, como ferramenta para *desenvolver* esse conceito; a terceira, com o objetivo de *comparar* partes de objetos ou desenhos e que se alinha com a quarta atividade que *introduz* o conceito de fração equivalente. Observamos que em todas as atividades é sugerido ao professor a retomada das atividades, ao propor “repetir a atividade várias vezes, utilizando objetos diversos”. Quando do desenvolvimento do conceito de fração que parte da fração $\frac{1}{3}$ e trabalha com $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{3}$, há a seguinte sugestão ao professor: “propor atividades semelhantes para introduzir: $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$; etc.”⁸ (Rio de Janeiro, 1978a, p. 310).

O impresso *Proposta Metodológica – 1.º grau – 3.ª série* (Rio de Janeiro, 1978a), ao propor *exercícios e problemas*, espera do aluno a compreensão da notação de fração com os termos numerador e denominador; a aprendizagem acerca das frações equivalentes e a comparação de frações com diferentes denominadores. Todo o trabalho está amparado por materiais manipuláveis, como a divisão de retângulos e círculos em partes iguais.

Dando continuidade ao tratamento das frações, a publicação *Proposta Metodológica – 1.º grau – 4.ª série* (Rio de Janeiro, 1978b) sugere que o ensino de frações seja feito após as operações com os números naturais e antecedendo o tratamento dos números decimais. Nota-se que as operações básicas e os diagramas desenvolvidos na seção são pré-requisitos para o trabalho com as frações, além de conceitos como dobro, metade e triplo.

A partir da *sequência* exposta anteriormente, a *Proposta Metodológica – 1.º grau – 4.ª série* (Rio de Janeiro, 1978b) objetiva levar a aprendizagem ao conceito de número decimal. Assim, pode-se afirmar que a *graduação* do ensino de fração na 4.ª série do Primeiro Grau é pensada para favorecer à construção das estruturas matemáticas de frações decimais. Nossas análises mostram que, juntamente com os números decimais, é tratado o conceito inicial de porcentagem, utilizando-se papel quadriculado e a repartição de figuras em partes iguais.

A produção apresenta, como *significado* ao trabalho das frações na 4.ª série do Primeiro Grau, o desenvolvimento da noção das frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$. Esse desenvolvimento é feito amparado pelo material manipulável Régua de Cuisenaire e visa levar o estudante a

⁸ Mantivemos a escrita original da publicação.

perceber, por exemplo, que duas metades equivalem a um inteiro e que três metades equivalem a um inteiro e meio. Ademais, o estudante é encaminhado a construir a ideia de fração de quantidade, mas usando o material manipulável.

A Proposta Metodológica – 1.º grau – 4.ª série (Rio de Janeiro, 1978b) sugere diversos *exercícios e problemas* para o aprofundamento das noções anteriormente desenvolvidas. Tais atividades relacionam, por exemplo, os conceitos de dobro e de metade com as operações inversas de multiplicação e divisão. As frações equivalentes são, novamente, tratadas com auxílio das Régua de Cuisenaire, com o auxílio das noções de conjuntos, do diagrama de Venn e com a divisão de retângulos de papel que representam o mesmo inteiro. Apesar do trabalho com a equivalência de frações, nesse impresso, somente são apresentadas atividades de adição de frações com o mesmo denominador, a partir de representações gráficas.

Em síntese, podemos dizer que as análises das publicações do LC evidenciam uma *matemática a ensinar fração* e uma *matemática para ensinar fração* que se articulam e elaboram uma *matemática do ensino de fração* cujo foco está na construção e compreensão de conceitos básicos de fração. O trabalho é feito através de métodos graduais e materiais manipuláveis, buscando a construção de conceitos básicos e a introdução subsequente de números decimais e porcentagens, seguindo uma linha de influência das ideias pedagógicas de Piaget e do MMM.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Nesse texto, buscamos compreender a sistematização do ensino do conceito de fração feita pelos reformuladores do LC, com a intenção de entender como se deu a relação entre os saberes *a ensinar fração* e *para ensinar fração* nas publicações analisadas. Em estudos futuros, temos interesse em estabelecer relações entre os estudos das publicações do LC com as obras de Zoltan Paul Dienes.

Nossas análises indicam que o tratamento dos conceitos relacionados à fração (e probabilidade, na 3.ª série; e número decimal, na 4.ª série) ilustra a *matemática do ensino de fração* como uma prática histórica que serve às finalidades educacionais específicas do

período estudado. Ademais, podemos acrescentar que a *matemática a ensinar fração*, nas produções analisadas, inclui o conceito de fração, o conceito de inteiro/unidade, conceitos de probabilidades, de fração decimal, de números decimais e de porcentagens. Já a *matemática para ensinar fração* evidencia-se pelas metodologias e técnicas pedagógicas descritas ao professor, como o uso de materiais manipuláveis, a utilização de diagramas e a repetição de atividades para consolidar os conceitos.

A influência do Movimento da Matemática Moderna e das ideias de Jean Piaget nas publicações do LC indica como a *matemática do ensino* foi historicamente elaborada pelo meio escolar para atender às necessidades educativas da época. Podemos dizer que as publicações do LC analisadas caracterizam *uma matemática do ensino de fração* na década de 1970, no novo Estado do Rio de Janeiro, pois conforme Valente (2020, p. 167) “a matemática do ensino revela em cada época as articulações estabelecidas entre a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*”.

Ademais, como a *matemática a ensinar* relaciona-se ao que o professor deve saber com o objetivo de ensinar matemática e a *matemática para ensinar* está ligada ao que o professor precisa saber para ensinar, podemos afirmar, assim como Valente (2020) que tais matemáticas estão ligadas aos saberes *a* e *para ensinar* matemática. Portanto, a análise da *matemática do ensino de frações* evidencia os *saberes a ensinar frações* e os *saberes para ensinar frações* nas publicações do LC.

REFERÊNCIAS

BORER, V. L. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (orgs.). **Saberes em (trans)formação**: tema central da formação de professores. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 173-199.

CERTEAU, M. de. **A Invenção do Cotidiano – Artes de fazer**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes. 3. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2020, cap. II.

COSTA, D. A.; HOFFMANN, Y. T. Matemática do ensino e a Hem: novos conceitos, novas problemáticas. In: COSTA, D. A.; ZIMMER, I. (orgs.). **Matemática do ensino**: alguns ensaios. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2023.

FRANÇA, D. M. **Matemática nas séries iniciais**: o que mudou? Curitiba: Appris, 2019.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. IN: Hofstettr, R.; Valente, W. R. (Orgs.). **Saberes em**



(trans)formação: tema central da formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. (Coleção Contextos da Ciência), p.113-172.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. “Profissionalização” e formação de professores: uma tipologia dos saberes de referência para a docência. IN: Valente, W. R. (Org.). **Ciências da educação, campos disciplinares e profissionalização:** saberes em debate para a formação de professores. 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. p.17-60.

JULIA, D. A cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação.** Campinas, SP, n. 1, jan. /jun. 2001.

MORAIS, R.S.; BERTINI, F.; VALENTE, W. R. **A matemática do ensino de frações:** do século XIX à BNCC. São Paulo: Livraria da Física, 2021.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado de Educação e Cultura. **Reformulação de currículos.** 1.º volume – Pré-Escolar e 1.º Grau. Rio de Janeiro, Imprensa Oficial, 1976.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado de Educação e Cultura. **Proposta metodológica** – 1.º grau – 3.ª série. Rio de Janeiro, Imprensa Oficial, 1978a.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado de Educação e Cultura. **Proposta metodológica** – 1.º grau – 4.ª série. Rio de Janeiro, Imprensa Oficial, 1978b.

RIO DE JANEIRO (Estado). Secretaria de Estado de Educação e Cultura. **Proposta metodológica** – 1.º grau – 5ª série. Rio de Janeiro, Imprensa Oficial, 1978c.

VALENTE, W. R. História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino. In: **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, Número 36, p.164-174. 2020.

Palavras-chave: Laboratório de Currículos (LC), Saberes a ensinar e saberes para ensinar, Material Manipulável.