

## O PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO DE CÁLCULO MENTAL EM ATIVIDADES DA OBRA DE GEORGE AUGUSTO BÜCHLER

Autor 1<sup>1</sup>

Autor 2<sup>2</sup>

### INTRODUÇÃO

A concepção de Cálculo mental tem sido abordada ao longo da história em diversas fontes, desde livros didáticos e manuais pedagógicos até artigos científicos e documentos oficiais. Essa temática reflete a preocupação de professores e pesquisadores em compreender as estratégias e os conhecimentos que podem ser utilizados pelos alunos para realizar operações matemáticas.

Dessa forma, o Cálculo mental tem sido objeto de pesquisa no campo da História da educação matemática, especialmente em suas aplicações e questionamentos voltados para o ensino básico. Seu estudo está relacionado à compreensão de como os alunos desenvolvem estratégias e aplicam esses conhecimentos para resolver operações matemáticas sem o uso de papel, lápis e/ou calculadoras.

Na pesquisa *Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) - um olhar particular para o Paraná*, de Berticelli (2017), o Cálculo mental, como proposto, era utilizado como ferramenta pedagógica no ensino e na resolução de problemas matemáticos. Segundo a pesquisadora, seu objetivo era auxiliar na contextualização e compreensão das operações, buscando atribuir sentido e significado à matemática. Assim, o Cálculo mental vai além de um procedimento mecânico realizado pelo aluno, pois envolve raciocínio, criatividade e flexibilidade na manipulação das operações (Berticelli, 2017), desempenhando, portanto, um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento matemático.

---

<sup>1</sup> Doutor em... pela Instituição (SIGLA). Professor na Instituição (SIGLA), cidade, estado, país. ORCID: <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: [autor1@mail.com](mailto:autor1@mail.com).

<sup>2</sup> Doutorando em /Mestre em/ Mestrando em/ Especialista em/ Graduando em/... pela Instituição (SIGLA). Professor na/Afiliação na/Vinculo com/ Instituição (SIGLA), ORCID: <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: [autor2@mail.com](mailto:autor2@mail.com).

Além disso, as estratégias utilizadas no Cálculo mental estão diretamente ligadas às memórias construídas pelos alunos. Nesse sentido, conforme apontam Berticelli e Zancan (2024), é necessário considerar que...

A possibilidade de várias combinações entre estratégias faz com que cada indivíduo escolha aquela que lhe for mais conveniente, a partir dos sentidos e significados dos números por ele estabelecidos. A escolha de diferentes estratégias está relacionada às memórias, tornando o cálculo mental algo particular (Berticelli e Zancan, 2024, p.9)

Sendo assim, a investigação e os questionamentos relacionados a esse tema permitem compreender os múltiplos e amplos significados atribuídos ao Cálculo mental ao longo do tempo, bem como seu impacto na formação do pensamento matemático dos alunos. Dessa forma, diferentes abordagens e metodologias foram sendo incorporadas e pesquisadas, buscando não apenas potencializar a rapidez nos cálculos, mas também favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos subjacentes.

Para elencar os princípios consistentes e conscientes sobre as concepções e o uso do Cálculo mental, recorreremos ao campo da História da educação matemática, com o intuito de compreender como o conhecimento matemático foi e continua sendo construído e produzido ao longo do tempo.

A História da educação matemática (Hem) fornece um importante arcabouço teórico para situar o Cálculo mental em um panorama mais amplo do ensino da matemática. Para Valente (2010, p. 8), a Hem tem sido "objeto de reflexão pelos pesquisadores da área, e suas conclusões apontam para o papel importante da inserção desse saber na formação docente". No que se refere a essa questão, Valente (2010) destaca que a escrita da história tem passado por diversas transformações, o que representa um marco significativo tanto do ponto de vista teórico quanto metodológico para este estudo, especialmente ao refletir sobre a pesquisa histórica da educação matemática no contexto contemporâneo do trabalho dos historiadores. Por meio dos questionamentos e investigações desse campo de estudo, é possível analisar como diferentes métodos de ensino foram concebidos e transformados ao longo do tempo, refletindo mudanças culturais e sociais. Para Valente (2007)

(...) as interrogações acerca da história da educação matemática representam, desde logo, um alargamento do campo da investigação na área, na produção de objetos de pesquisa que não estão orientados por imperativos didáticos. Noutras palavras, a sujeição às questões didáticas tem balizado um tipo de produção acadêmica que pensa a história como ingrediente importante do processo de ensino-aprendizagem da matemática (Valente, 2007, p.36).

Ainda, para Valente (2007), estudar as práticas da Educação Matemática em tempos passados e questionar o que delas restou implica, muitas vezes, interrogar os livros didáticos de matemática utilizados no cotidiano de épocas anteriores, pois esses materiais representam um dos elementos que permanecem como legado das práticas educacionais do passado. Assim, ao analisar esses documentos, é possível levantar questionamentos que auxiliam na compreensão do contexto histórico da educação matemática (Valente, 2007).

Além disso, ao considerar as reflexões metodológicas propostas por Valente (2007, 2010), percebe-se que essa investigação não se limita a uma abordagem didática, mas envolve um olhar mais amplo sobre os processos históricos e epistemológicos na História da educação matemática (Hem). Dessa forma, compreender a trajetória do Cálculo mental e suas diversas aplicações contribui para uma visão mais aprofundada e reflexiva sobre os saberes matemáticos, sua construção ao longo do tempo e seu papel no ensino.

Logo, a presente pesquisa<sup>3</sup> se propõe a realizar um estudo no campo da História da educação matemática, com o objetivo de identificar, em atividades de aritmética, o pensamento algébrico mobilizado no ensino de cálculo mental na obra *Aritmética Elementar - Livro I*, 4ª Edição, 1943 de George Augusto Büchler.

## **REFERENCIAL TEÓRICO METODOLÓGICO**

Para a análise do livro, Valente (2023, p.2) afirma que “o texto serve-se de referências vindas da História Cultural, da História da Educação e mesmo de estudos mais recentes de História da educação matemática”. Segundo o mesmo autor, a História Cultural se fundamenta na análise das dinâmicas de apropriação e representação, que se manifestam por meio do consumo criativo e da interpretação dos bens culturais, que serão tratados posteriormente.

De acordo com Valente (2023), o conceito de apropriação, que se apoia fortemente nos estudos de Chartier (1988), destaca a maneira como os indivíduos interagem com os bens culturais, reinterpretando-os e atribuindo novos significados conforme o contexto de uso. Dessa forma, a elaboração de livros didáticos resulta de uma série de apropriações

---

<sup>3</sup> Este trabalho faz parte de uma pesquisa de mestrado em andamento, cujo objetivo é analisar a obra *Aritmética Elementar - Livro I*, 4ª Edição, 1943, de George Autusto Büchler, buscando atividades de aritmética que envolvem as propriedades algébricas no desenvolvimento do cálculo mental.

realizadas pelos autores, os quais incorporam elementos provenientes de obras de outros autores, orientações oficiais para o ensino, perspectivas pedagógicas, entre outros (Valente, 2023, p.2).

A análise de documentos históricos, como os livros didáticos, possibilita identificar as concepções matemáticas de diversas épocas, bem como as práticas pedagógicas adotadas e os desafios enfrentados na implementação (Valente, 2023). Nesse sentido, a História da educação matemática se configura como uma ferramenta importante para compreender as diferentes concepções e metodologias de ensino utilizadas ao longo do tempo.

Os livros didáticos desempenham um papel central na educação, pois não apenas transmitem saberes, mas também refletem as políticas e práticas pedagógicas de sua época, inserindo-se na cultura local (Valente, 2008). Além disso, este estudo adota a base teórico-metodológica da História Cultural utilizando-se das práticas e representações. Chartier (1988) discute a relação entre práticas e representações, destacando que as primeiras envolvem os costumes, modos de vida e atitudes que estruturam a experiência cotidiana. Por outro lado, as representações são formas de ver o mundo, constituídas pelas práticas e, ao mesmo tempo, responsáveis por criá-las, evidenciando uma relação recíproca entre ambas.

Corroborando, a História Cultural investiga as diferenças, os debates e os conflitos que emergem das tradições compartilhadas por comunidades inteiras (Burke, 2008). Além disso, Burke (2008) ressalta que a abordagem da História Cultural surgiu justamente para preencher as lacunas deixadas por métodos anteriores de estudo do passado, os quais frequentemente ignoravam aspectos complexos, mas essenciais para uma compreensão mais profunda da história, e para nosso caso, analisar através de atividades, como o pensamento algébrico é mobilizado no cálculo mental.

A busca pela melhoria do pensamento algébrico exige que os professores reflitam sobre suas práticas pedagógicas, a fim de promover uma aprendizagem significativa para os alunos. No entanto, pesquisas têm evidenciado diversas dificuldades nessa área, especialmente nas séries finais do Ensino Fundamental, onde conceitos como a manipulação e as operações com expressões algébricas frequentemente geram apreensão, resultando na não aprendizagem dos conteúdos.

Além disso, observa-se que muitos alunos tendem a resolver exercícios de maneira mecânica e, por vezes, sem compreender os processos envolvidos. Diante dessa situação,

torna-se importante desenvolver questionamentos que possibilitem aos estudantes atribuir significado às operações algébricas, conectando os novos conhecimentos aos saberes prévios que já possuem.

Vale ressaltar que a álgebra constitui um dos pilares fundamentais do desenvolvimento humano, uma vez que suas raízes estão na necessidade de solucionar problemas práticos do cotidiano. Nesse sentido, Coelho e Aguiar (2018) destacam que a álgebra está intrinsecamente ligada ao desenvolvimento humano, surgindo inicialmente para atender a demandas concretas e manifestando-se de diversas formas em nosso dia a dia.

Por outro lado, ao analisar livros didáticos, Aguiar (2014) observou que a maior parte dos materiais destinados ao Ensino Fundamental ainda enfatiza o ensino de regras e técnicas operatórias, enquanto apenas uma pequena parcela apresenta propostas voltadas ao desenvolvimento dos conceitos algébricos e do pensamento algébrico.

Surge, hipoteticamente, a possibilidade de que os conhecimentos elencados por meio do cálculo mental possam contribuir de forma expressiva para a aprendizagem, auxiliando na compreensão dos processos envolvidos nas atividades matemáticas e promovendo uma linguagem mais reflexiva e significativa para o pensamento algébrico.

Assim, de acordo com Berticelli e Zancan (2024), os conhecimentos essenciais para o cálculo mental de adições podem ser organizados em quatro categorias principais: Fatos Básicos, Decomposição, Dobros e Rede de Relações Numéricas do 10 (RRN do 10).

**Quadro 01:** Definição dos conhecimentos necessários ao Cálculo mental

<b>Categoria</b>	<b>Definição e Exemplos</b>
<b>Fatos Básicos</b>	Operações de adição ou subtração cujo resultado não ultrapassa a dezena mais próxima, alterando apenas a unidade das parcelas. Exemplos: $5+3$ , $7+2$ , $14+5$ , $21+8$ , $32+7$ .
<b>Decomposição</b>	Memorização de todas as possíveis decomposições dos números menores que 10. Exemplos: $2=1+1$ ; $3=1+2$ ; $4=1+3=2+2$ ; $5=1+4=2+3$ ; $6=1+5=2+4=3+3$ ; $7=1+6=2+5=3+4$ ; $8=1+7=2+6=3+5=4+4$ ; $9=1+8=2+7=3+6=4+5$ .
<b>Dobros</b>	Memorização dos dobros dos números de 1 a 20 e suas operações inversas. Exemplos: $7+7=14$ e $14-7=7$ ; $12+12=24$ e $24-12=12$ ; $15+15=30$ e $30-15=15$ .
<b>Rede de Relações Numéricas do 10 (RRN do 10)</b>	Conhecimentos que envolvem o 10 nas parcelas ou no resultado, bem como os múltiplos de 10. Exemplos: $10=1+9=2+8=3+7=4+6=5+5$ ; $10-1=9$ , $10-2=8$ , $10-7=3$ ; $10+1=11$ , $10+2=12$ , $10+3=13$ ; $10=11-1=12-2=13-3=14-4$ ; $20+1=21$ , $20+2=22$ , $20+3=23$ ; $20=21-1=22-2=23-3=24-4$ ; $11+10=21$ , $10+15=25$ , $30+14=44$ ; $13-10=3$ , $25-10=15$ .

Fonte: Adaptado de Berticelli e Zancan (2024, p. 6)

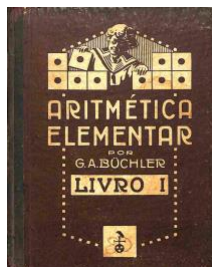
Desta forma, apropriando-se dos conhecimentos acima descritos, o indivíduo pode realizar cálculos mentais, pois, a partir deles, em conjunto com propriedades numéricas, é possível elaborar estratégias e obter resultados de operações de adição sem recorrer a algoritmos ou contagem, possibilitando maior agilidade e completude do pensamento algébrico. Segundo Berticelli e Zancan (2024), a utilização de estratégias favorece a memorização de determinados resultados, permitindo a construção de novos conhecimentos e contribuindo para o desenvolvimento de novas abordagens para o cálculo mental. Além disso, conforme destacado pelas autoras, esse processo estabelece um movimento cíclico entre conhecimentos e estratégias, aprimorando o senso numérico e a flexibilidade com os números. A repetição contínua desse mecanismo fortalece as memórias matemáticas, consolidando o aprendizado e tornando as operações cada vez mais automáticas e eficientes.

## **PENSAMENTO ALGÉBRICO NO ENSINO DE CÁLCULO MENTAL: CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

O livro *Aritmética Elementar*<sup>4</sup> de George Augusto Büchler (1943), foi impresso nas oficinas gráficas da Companhia Melhoramentos de São Paulo, e a versão digitalizada utilizada neste trabalho corresponde à 4ª edição. Embora a data de edição não esteja explicitamente indicada na obra, a Editora Melhoramentos confirmou essa informação com base em seus registros catalográficos (Silva, 2017).

A seguir apresentamos a capa do livro:

**Figura 01:** Capa do livro *Aritmética Elementar* - Livro I (1943)



Fonte: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7073>

---

<sup>4</sup> Um exemplar desta edição, adquirido em um sebo em São Paulo, está disponível no acervo do Centro de Documentação do GHEMAT - Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil. Disponível em <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/7073>

A capa do livro indica que ele foi destinado ao ensino primário, alinhando-se aos programas oficiais da época e podendo ser utilizado em todos os estados do Brasil. No prefácio, Büchler (1943) expõe sua visão sobre o ensino da aritmética, argumentando que há um equívoco na forma como essa disciplina é ensinada nas séries iniciais, uma vez que se privilegia a abstração, o ensino mecânico e a memorização. Segundo o autor, considerando que o espírito infantil é capaz de compreender melhor conceitos concretos por meio da intuição direta, é essencial associar as abstrações aritméticas a elementos do cotidiano, tornando o aprendizado mais significativo.

Para elencar o objetivo do estudo, Prost (1996) destaca que a crítica a um documento exige um conhecimento prévio aprofundado sobre o contexto ao qual ele pertence, tornando-se uma tarefa complexa que não pode ser realizada por iniciantes na área. Para o autor, a análise crítica pressupõe a confrontação do documento com o conjunto de conhecimentos já estabelecidos sobre o tema, o local e o período a que se refere.

Além disso, Prost (1996) enfatiza que a crítica histórica é, em si mesma, parte do fazer historiográfico, pois à medida que a história avança e se amplia, a forma de analisar e interpretar documentos também se transforma. O aprimoramento dessa prática ocorre conforme o historiador se aprofunda no estudo do tema, adquirindo maior capacidade de questionamento e de cruzamento de informações, o que permite uma compreensão mais complexa e rigorosa das fontes históricas.

Para começar esse exercício inicial, vamos tentar elucidar uma atividade proposta na obra desse trabalho com o seguinte questionamento: É possível encontrar, nas atividades, o pensamento algébrico mobilizado no ensino de cálculo mental?

#### Quadro 02 – Aritmética Elementar - Livro I (1943)

Atividade do livro Aritmética Elementar - Livro I (1943)			
1) $6 = 3 +$	2) $6 - 5 =$	3) $5 + 1 =$	4) $1 + 1 =$
$6 = 5 +$	$6 - 3 =$	$3 + 3 =$	$2 + 1 =$
$6 = 4 +$	$6 - 4 =$	$2 + 4 =$	$3 + 1 =$
$6 = 1 +$	$6 - 1 =$	$1 + 5 =$	$4 + 1 =$
$6 = 2 +$	$6 - 2 =$	$4 + 2 =$	$5 + 1 =$
Fonte: BÜCHLER (1943, p.26)			
<b>Conhecimentos que podem ser mobilizados:</b> Podemos notar as decomposições (coluna 01) do número 6, explorando diferentes maneiras de decompor um número por meio da adição. Na coluna 02, o autor mostra a subtração como inverso da adição, pois $6 = 5 + \underline{\quad}$ , então, $6 - 5 = \underline{\quad}$ . Já na coluna			

03, observamos as diferentes composições do número 6, abordando uma propriedade algébrica, que é a comutatividade, em que  $(a+b=b+a)$ , conforme podemos ver no exemplo:  $5+1$  e  $1+5$ . É importante destacar o pensamento envolvido em cada situação. Na primeira coluna, em que temos  $6 = 3 + \underline{\quad}$ , o pensamento deve ser “Seis é igual a 3 mais que número?”. Nesse pensamento, podemos inferir que estamos preparando os alunos para uma equação algébrica do tipo  $6=3+x$  e, como ele está habituado a resolver este tipo de situação em atividades aritméticas, conseguirá compreender a expressão algébrica para poder resolver. Nos demais espera-se que resolvam a operação da forma que ela é apresentada. Em termos de cálculo mental vemos dois conhecimentos essenciais: fatos básicos e decomposição.

1) $5 + \quad = 7$	2) $4 + \quad = 6$	3) $4 + \quad = 5$
$4 + \quad = 7$	$1 + \quad = 6$	$2 + \quad = 5$
$6 + \quad = 7$	$3 + \quad = 6$	$1 + \quad = 5$
$2 + \quad = 7$	$2 + \quad = 6$	$1 + \quad = 4$
$1 + \quad = 7$	$5 + \quad = 6$	$2 + \quad = 4$
$3 + \quad = 7$	$3 + \quad = 6$	$3 + \quad = 4$

Fonte: BÜCHLER (1943, p.26)

Nas três colunas observamos a composição, dos números 7, 6, 5 e 4. Neste tipo de atividade o pensamento a ser feito é “5 mais que número, resulta em 7?”. O que traz um conhecimento de cálculo mental que é a ideia de completar, ou seja, do 5, quanto falta para completar para chegar ao 7?. Esse é o pensamento e o conhecimento mobilizado em termos de cálculo mental. No pensamento algébrico estamos construindo a ideia da comutatividade, em que ele percebe que  $4+2=6$  e que  $2+4=6$ . Além disso há o preparo para a resolução de expressões algébricas do tipo  $5+x=7$ , onde, novamente o pensamento será de completar para chegar no 7, mas não será de uma subtração.

Nossas primeiras análises indicam que o material de Büchler, apresenta atividades que preparam para o pensamento algébrico por meio de atividades de aritmética que envolvem conhecimentos de cálculo mental.

Ao analisar atividades de matemática na perspectiva da História da educação matemática, poderemos estar incentivando uma prática pedagógica que valoriza a história, a interatividade e o processo contínuo de construção do pensamento algébrico, que podem ser mobilizados por meio de atividades de cálculo mental.

## AGRADECIMENTOS

*O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES – Demanda Social).*





## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, M. **O percurso da didatização do pensamento algébrico no Ensino Fundamental: uma análise a partir da Transposição Didática e de Teoria Antropológica do Didático**. São Paulo, 2014. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.
- BERTICELLI, D. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970) – um olhar particular para o Paraná**. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>>.
- BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental. *Acta Scientiarum. Education*, v. 46, n. 1, p. e62862, 17 out. 2024. Acesso em: 18 fev. 2025.
- BÜCHLER, G. A. **Aritmética elementar**. v. 1. 4. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1943.
- BURKE, P. **O que é história cultural?** Tradução de Sergio Goes de Paula. 2. ed. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora, 2008.
- CHARTIER, R. **A história cultural entre práticas e representações**. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Lisboa: Difusão Editora, 1988.
- COELHO, F. U; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. *Estudos Avançados*, v. 32, n. 94, p. 171–187, dez. 2018.
- SILVA, C. M. S. da. Imagens nos livros didáticos de matemática: Georg Augusto Büchler e Karl Sölter. *Acta Scientiarum. Education*, v. 39, n. 1, p. 55-65, 2017. DOI: <https://doi.org/10.4025/actascieduc.v39i1.28468>. Acesso em: 18 fev. 2025.
- TELO, R. M. **As comissões avaliadoras de livros didáticos entre 1938 e 1971 no Brasil**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.
- VALENTE, W. R. Breve história de uma ‘Matemática a ensinar’ para o 1º grau. *Revista Brasileira de História da Educação*, v. 24, n. 1, p. e301, 2023. DOI: <https://doi.org/10.4025/rbhe.v24.2024.e301>. Acesso em: 18 fev. 2025.
- VALENTE, W. R. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. *Boletim de Educação Matemática [online]*, v. 23, n. 35A, p. 123-136, 2010. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221892007>. Acesso em: 18 fev. 2025.



VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas.

**Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, p. 28-49, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091>. Acesso em: 18 fev. 2025.

VALENTE, W. R. **História da educação matemática: uma introdução**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, p. 139-162, 2008. DOI: 10.20396/zet.v16i30.8646894. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894>. Acesso em: 18 fev. 2025.

**Palavras chave:** Cálculo Mental, Pensamento Algébrico, História da educação matemática.