

## PROPOSTAS PARA ARTICULAR FRAÇÕES, DECIMAIS E PORCENTAGEM NA COLEÇÃO GRUEMA: PRIMEIROS ESTUDOS

Adriana Agustini Rodrigues da Costa<sup>1</sup>  
adrianaagustinirodrigues@gmail.com

Danilene Gullich Donin Berticelli<sup>2</sup>  
danilene@ufpr.br

Barbara Winiarski Diesel Novaes<sup>3</sup>  
barbaraw@utfpr.edu.br

### INTRODUÇÃO

Participando do Grupo de Pesquisa em História da educação matemática (GHEMAT-PR) que investiga sobre os saberes do ensino e da formação de professores que ensinam matemática numa perspectiva histórica, surgiu a ideia de explorar a coleção do Grupo de Estudos em Matemática Avançada (GRUEMA) na busca de atividades que ensinam frações, decimais e porcentagem de forma articulada na terceira e quarta série do ensino primário na década de 1970<sup>45</sup>.

Nesse período, os professores que ensinavam matemática no Brasil se apropriaram do ideário do Movimento de Matemática Moderna (MMM), que defendia a introdução de novos conteúdos, abordagens pedagógicas e metodologias no currículo escolar. Essa

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná, UFPR – Setor Palotina, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-0650-5257>  
<http://lattes.cnpq.br/5253450107912259>.

<sup>2</sup> Universidade Federal do Paraná, UFPR – Setor Palotina, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>, <http://lattes.cnpq.br/4202253939821084>.

<sup>3</sup> Universidade Tecnológica do Paraná, UTFPR, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7763-7777>,  
<http://lattes.cnpq.br/0374183564751938>.

<sup>4</sup> Este trabalho refere-se ao pré-projeto apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias (PPCEGEMTE) para seleção ao mestrado, no qual o autor é ingressante na turma de 2025/1. Trata-se de um trabalho inicial, sendo esta a primeira versão do projeto.

<sup>5</sup> Um dos trabalhos de referência é o de Lúcia Avers Vilela (disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/161992>).

proposta visava não apenas a atualização dos conceitos matemáticos, mas também a transformação da forma como a matemática era ensinada nas escolas, com o objetivo de tornar o aprendizado mais dinâmico e significativo para os alunos. A adoção dessas novas práticas ajudou a criar um ambiente educacional propício para as inovações sugeridas por grupos como o GRUEMA, que, por sua vez, buscava integrar a teoria e a prática pedagógica para atender às novas demandas de ensino e aprendizagem (Almeida; Novaes; Pinto, 2024).

Para justificar a escolha do tema dessa pesquisa, tomou-se como exemplo o estudo recente de Vitorassi, Novaes e Andrade (2023) sobre os erros dos alunos em relação a articulação de frações, decimais e porcentagem que mostraram que os alunos do ensino fundamental, anos finais, têm muita dificuldade neste conteúdo, cometendo erros que demonstram uma falta de compreensão do número racional. Acredita-se que, analisar como era ensinado esse conteúdo em tempos passados possa auxiliar os professores a pensarem em práticas para a atualidade, uma vez que podem compreender melhor esse conteúdo. O recorte temporal a ser considerado nesse projeto, contempla o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que se alastrou pelas décadas de 1960 e 1970 por países da Europa e das Américas, ganhando protagonismo internacional.

O ensino de frações, decimais e porcentagens é considerado essencial na matemática no ensino fundamental, sendo crucial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e a compreensão de conceitos matemáticos aplicados no cotidiano. Ao longo da História da educação matemática, os conteúdos escolares, as metodologias e abordagens pedagógicas relacionadas a esses tópicos sofreram transformações em função das reformas educacionais, mudança nas vagas pedagógicas, políticas públicas e descobertas da psicologia educacional.

Entre 1960 e 1970, o Movimento da Matemática Moderna marcou a história da Educação Matemática provocando mudanças significativas nas práticas escolares. Em âmbito internacional, esse movimento atingiu não somente as finalidades do ensino, como também conteúdos tradicionais da Matemática, atribuindo uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos (Pinto, 2005).

Segundo Valente (1999) e Sanchez (2018), os livros didáticos foram importantes na divulgação da Matemática Moderna no Brasil, pois chegavam aos municípios distantes, onde os professores, muitas vezes, não tinham acesso às informações. Isso impactava direto

---

na sala de aula, sendo que nas décadas de 1960 a 1970, houve uma grande produção de materiais didáticos de caráter coletivo e vinculados aos processos de formação de professores. Destacamos aqui a coleção do GRUEMA, que foi escolhida para nosso estudo.

Os objetos de estudo e os sujeitos dessa análise estão dentro de um espaço histórico, com todas as suas especificidades e possíveis interpretações. Sendo assim, entende-se que o passado foi construído pelos historiadores a partir de escolhas e códigos sociais relativos ao seu próprio tempo (Certeau, 2011).

Esse é um projeto inicial que apresenta uma intenção de pesquisa, considerando sobre o que escrever, porém, está sujeito a interferências, correções de rotas, pois é no decorrer do processo que os caminhos vão se concretizando. Toda pesquisa historiográfica se articula com um lugar de produção socioeconômico, político e cultural e está submetida a imposições, ligada a privilégios e enraizada em uma particularidade (Chartier, 2013).

O entendimento histórico e as transformações no ensino de frações, decimais e porcentagens permitem refletir sobre as práticas pedagógicas atuais, além de possibilitar a compreensão de como as abordagens passadas impactaram o aprendizado e a alfabetização matemática de gerações anteriores.

A questão inicial de pesquisa que pretendemos responder é: De que maneira os materiais didáticos do Grupo Gruema para a 3ª e 4ª séries do primário, na década de 1970, articulam o ensino de frações, decimais e porcentagem, e quais saberes são necessários para essa articulação?

O objetivo geral do trabalho é observar a coleção do Gruema, com foco nos materiais de 3ª e 4ª séries do primário em busca de atividades que ensinam frações, decimais e porcentagem de forma articulada. Para auxiliar na construção da futura pesquisa definimos dois objetivos específicos: analisar as diretrizes curriculares do Ensino Primário paranaense para o ensino de frações, decimais e porcentagem na década de 1970, com foco nas relações entre esses conceitos e categorizar os saberes necessários para promover a articulação no ensino de frações, decimais e porcentagem.

## **PRIMEIROS PASSOS SOBRE O TEMA DE PESQUISA**

O Movimento da Matemática Moderna trouxe muitas mudanças e novas abordagens para o ensino da matemática. Porém encontrou dificuldades, trazendo

---

interpretações muitas vezes equivocadas quanto ao seu potencial. Por isso, hoje se faz necessário aprofundar pesquisas sobre esse período e sobre os materiais pedagógicos utilizados, para trazer mais informações e clareza (Oliveira et al, 2011).

A didática da matemática nesse período era baseada na valorização de aspectos estruturais da Matemática com ênfase na abstração e no simbolismo. Os professores envolvidos nesse processo começaram a perceber que era preciso construir uma fundamentação metodológica a partir de processos de investigação rigorosos e sistemáticos, com análise de dados e divulgação em revistas científicas (Ponte, 2020).

Recentemente, em um estudo com alunos do oitavo ano sobre frações, decimais e porcentagem na reta numérica foi observado que as habilidades previstas pela Base Nacional Curricular Comum para o conteúdo citado, não haviam sido alcançadas satisfatoriamente. Os alunos apresentaram dificuldades em localizar frações impróprias na reta numérica, usaram a reta como parte-todo e não utilizaram as frações equivalentes, mesmo que isso facilitaria a conversão das diferentes representações. Observou-se ainda, que há uma tendência dos professores a apresentar fração, decimal e porcentagem como conceitos diferentes e separados. Essa abordagem não parece ser eficaz, pois os alunos demonstram que não desenvolveram as habilidades necessárias para articular os números racionais em suas diferentes representações (Vitorassi, 2023).

Para fazer um contraponto com os resultados da pesquisa de Vitorassi (2023), selecionamos alguns excertos da coleção do GRUEMA intitulada Curso Moderno de Matemática para o 1º grau, terceiro e quarto volumes das autoras Lucília Bechara Sanchez e Manhúcia Perelberg Liberman<sup>6</sup>.

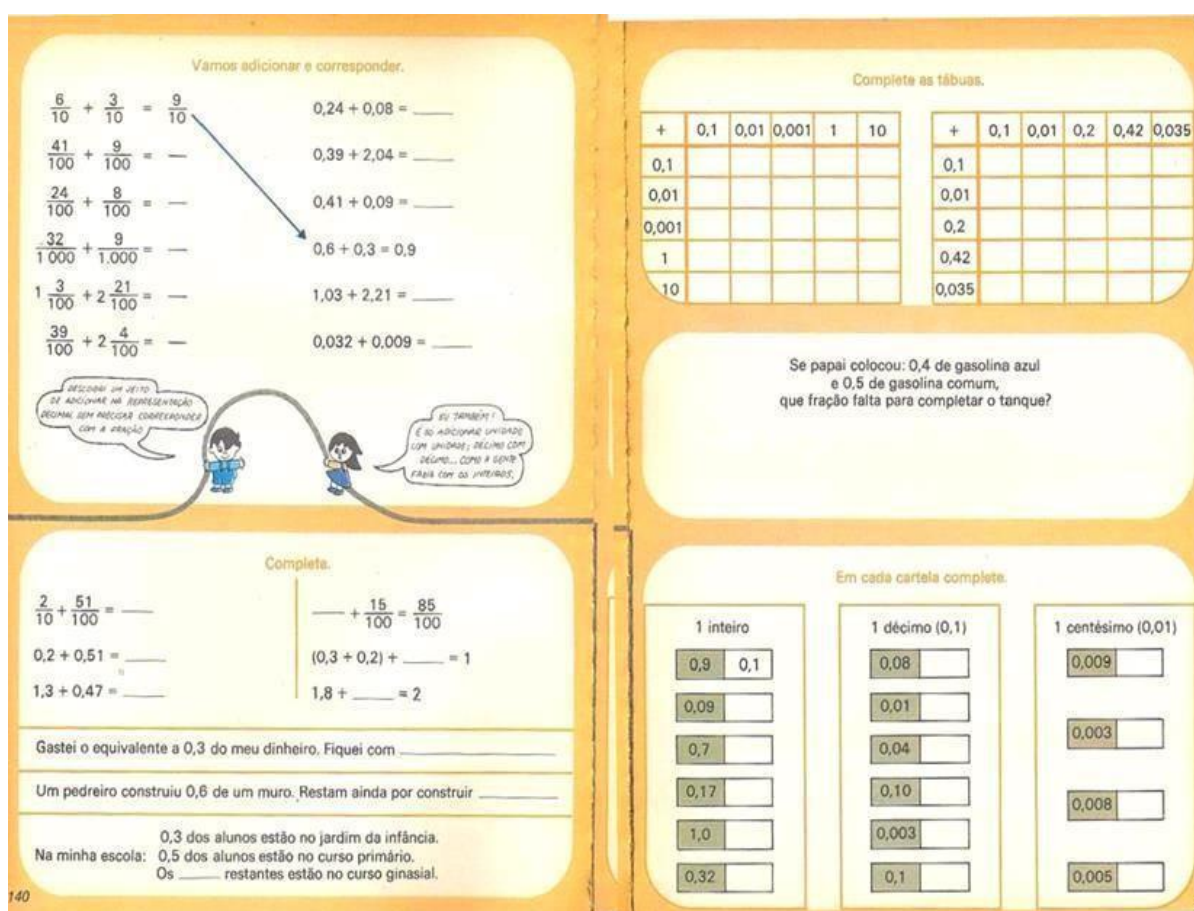
Essa abordagem utilizava os números decimais como uma extensão das frações, além de demonstrar conversões de frações em decimais e vice-versa. Por fim, introduzia a porcentagem utilizando frações com o denominador 100 e diferente de 100, fazendo a conversão entre frações, decimais e porcentagens. As atividades favoreciam a compreensão das relações em vez de utilizar apenas a memorização de fórmulas e procedimentos.

---

<sup>6</sup> Uma versão preliminar foi apresentada no SIECEMTE - Seminário Internacional de Educação em Ciência, Educação Matemática e Tecnologias Educativas – Universidade Federal do Paraná (COSTA E NOVAES, 2024).

No volume 3, após trabalhar as frações decimais unitárias, o livro apresenta as relações com números decimais. Na figura 1, no campo superior esquerdo, temos uma atividade que solicita “adicionar e corresponder”, em que o aluno deve relacionar a operação de frações com os números decimais correspondentes, como no exemplo “ $6/10 + 3/10 = 9/10$ ” que está associado com “ $0,6 + 0,3 = 0,9$ ”. As demais atividades trabalham com frações ou decimais e buscam levar o estudante a fazer uma passagem gradual para os decimais.

**Figura 1** – Articulação frações e decimais – volume 3



**Vamos adicionar e corresponder.**

|                                                               |                                            |
|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| $\frac{6}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$                  | $0,24 + 0,08 = \underline{\hspace{2cm}}$   |
| $\frac{41}{100} + \frac{9}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$   | $0,39 + 2,04 = \underline{\hspace{2cm}}$   |
| $\frac{24}{100} + \frac{8}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$   | $0,41 + 0,09 = \underline{\hspace{2cm}}$   |
| $\frac{32}{1000} + \frac{9}{1000} = \underline{\hspace{2cm}}$ | $0,6 + 0,3 = 0,9$                          |
| $1\frac{3}{100} + 2\frac{21}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$ | $1,03 + 2,21 = \underline{\hspace{2cm}}$   |
| $\frac{39}{100} + 2\frac{4}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$  | $0,032 + 0,009 = \underline{\hspace{2cm}}$ |

**Complete.**

|                                                            |                                                              |
|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| $\frac{2}{10} + \frac{51}{100} = \underline{\hspace{2cm}}$ | $\underline{\hspace{2cm}} + \frac{15}{100} = \frac{85}{100}$ |
| $0,2 + 0,51 = \underline{\hspace{2cm}}$                    | $(0,3 + 0,2) + \underline{\hspace{2cm}} = 1$                 |
| $1,3 + 0,47 = \underline{\hspace{2cm}}$                    | $1,8 + \underline{\hspace{2cm}} = 2$                         |

Gastei o equivalente a 0,3 do meu dinheiro. Fiquei com  $\underline{\hspace{2cm}}$

Um pedreiro construiu 0,6 de um muro. Restam ainda por construir  $\underline{\hspace{2cm}}$

0,3 dos alunos estão no jardim da infância.  
Na minha escola: 0,5 dos alunos estão no curso primário.  
Os  $\underline{\hspace{2cm}}$  restantes estão no curso ginásial.

**Complete as tábuas.**

| +     | 0,1 | 0,01 | 0,001 | 1 | 10 |
|-------|-----|------|-------|---|----|
| 0,1   |     |      |       |   |    |
| 0,01  |     |      |       |   |    |
| 0,001 |     |      |       |   |    |
| 1     |     |      |       |   |    |
| 10    |     |      |       |   |    |

| +     | 0,1 | 0,01 | 0,2 | 0,42 | 0,035 |
|-------|-----|------|-----|------|-------|
| 0,1   |     |      |     |      |       |
| 0,01  |     |      |     |      |       |
| 0,2   |     |      |     |      |       |
| 0,42  |     |      |     |      |       |
| 0,035 |     |      |     |      |       |

Se papai colocou: 0,4 de gasolina azul e 0,5 de gasolina comum, que fração falta para completar o tanque?

**Em cada cartela complete.**

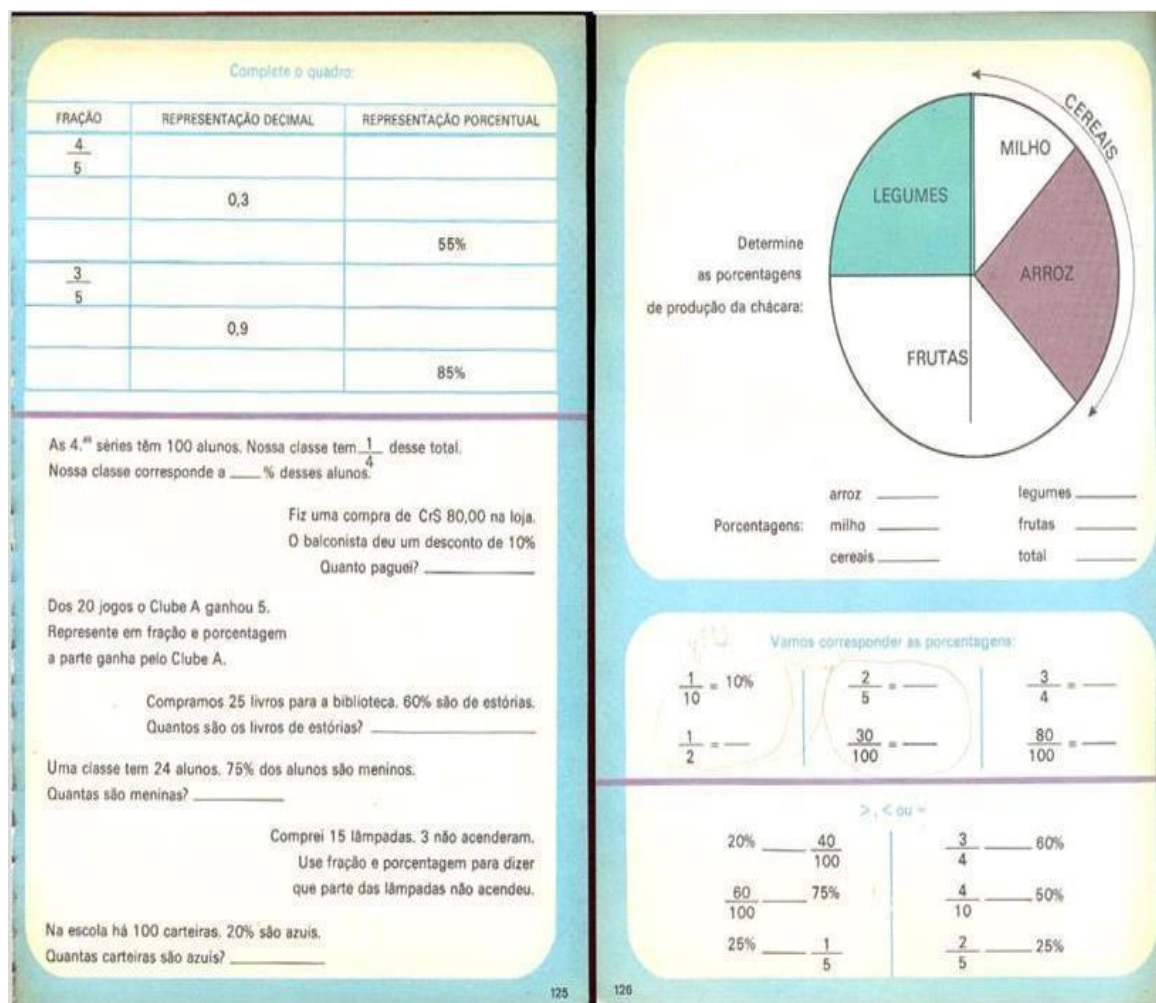
| 1 inteiro |     | 1 décimo (0,1) |  | 1 centésimo (0,01) |  |
|-----------|-----|----------------|--|--------------------|--|
| 0,9       | 0,1 | 0,08           |  | 0,009              |  |
| 0,09      |     | 0,01           |  | 0,003              |  |
| 0,7       |     | 0,04           |  | 0,008              |  |
| 0,17      |     | 0,10           |  | 0,005              |  |
| 1,0       |     | 0,003          |  |                    |  |
| 0,32      |     | 0,1            |  |                    |  |

Fonte: Liberman e Sanchez (1976, p. 140 - 141).

No volume 4, observou-se que após um vasto trabalho com as frações, a representação decimal é retomada com o uso de uma malha quadriculada e com a equivalência entre décimos, centésimos e milésimos. Os exercícios se intercalam entre as frações e decimais, inclusive em tabelas do Sistema de Numeração Decimal, por exemplo 45,03 que pode ser representado por  $40 + 5 + 3/100$ . As autoras, ao avançarem para o conteúdo de porcentagem,

não rompem com a representação de fração e decimais, articulando as frações, decimais e porcentagem como representações dos números racionais, conforme vemos na figura 2.

**Figura 2:** Articulação frações, decimais e porcentagem – volume 4



**Complete o quadro:**

| FRAÇÃO        | REPRESENTAÇÃO DECIMAL | REPRESENTAÇÃO PORCENTUAL |
|---------------|-----------------------|--------------------------|
| $\frac{4}{5}$ |                       |                          |
|               | 0,3                   |                          |
|               |                       | 55%                      |
| $\frac{3}{5}$ |                       |                          |
|               | 0,9                   |                          |
|               |                       | 85%                      |

As 4.<sup>as</sup> séries têm 100 alunos. Nossa classe tem  $\frac{1}{4}$  desse total. Nossa classe corresponde a \_\_\_\_ % desses alunos.

Fiz uma compra de Cr\$ 80,00 na loja. O balconista deu um desconto de 10%. Quanto paguei? \_\_\_\_\_

Dos 20 jogos o Clube A ganhou 5. Represente em fração e porcentagem a parte ganha pelo Clube A.

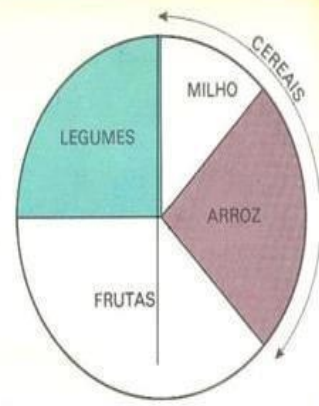
Compramos 25 livros para a biblioteca. 60% são de histórias. Quantos são os livros de histórias? \_\_\_\_\_

Uma classe tem 24 alunos. 75% dos alunos são meninas. Quantas são meninas? \_\_\_\_\_

Comprei 15 lâmpadas. 3 não acenderam. Use fração e porcentagem para dizer que parte das lâmpadas não acendeu.

Na escola há 100 carteiras. 20% são azuis. Quantas carteiras são azuis? \_\_\_\_\_

**Determine as porcentagens de produção da chácara:**



Porcentagens: arroz \_\_\_\_\_ legumes \_\_\_\_\_  
milho \_\_\_\_\_ frutas \_\_\_\_\_  
cereais \_\_\_\_\_ total \_\_\_\_\_

**Vamos corresponder as porcentagens:**

|                                     |                                        |                                        |
|-------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| $\frac{1}{10} = 10\%$               | $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{\quad}$    | $\frac{3}{4} = \frac{\quad}{\quad}$    |
| $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad}$ | $\frac{30}{100} = \frac{\quad}{\quad}$ | $\frac{80}{100} = \frac{\quad}{\quad}$ |

**>, < ou =**

|                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| 20% _____ $\frac{40}{100}$ | $\frac{3}{4}$ _____ 60%  |
| $\frac{60}{100}$ _____ 75% | $\frac{4}{10}$ _____ 50% |
| 25% _____ $\frac{1}{5}$    | $\frac{2}{5}$ _____ 25%  |

Fonte: Liberman e Sanchez (1974, p. 125 126).

Os estudos iniciais mostraram que a proposta do GRUEMA para articular frações, decimais e porcentagem, propunha um avanço significativo no ensino da matemática no Brasil na década de 1970, que antes era centrado na memorização. Ao promover uma abordagem integrada, relacionando os conceitos e significados, o grupo buscou contribuir para um aprendizado mais eficaz e significativo desses conceitos fundamentais. Esse projeto pode ser ampliado, incluindo outros materiais didáticos ou documentos oficiais que possam agregar informações sobre o objeto de estudo.

**Palavras chave:** articulação entre frações, decimais, porcentagem, GRUEMA, História da Educação Matemática, Movimento da Matemática Moderna.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. F.; NOVAES, B. W. D.; PINTO, N. B. Arquivo Pessoal Osvaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna: possibilidades de pesquisas. In: VALENTE, W. R. (Org.). **Arquivos pessoais: memória científica e pedagógica do ensino de matemática no Brasil (1920-2020)**. 1ed.Santos: Ghemat-Brasil, 2024, v. 1,p. 127-161.

CERTEAU, M. **A escrita da História**. 3 ed. Forense Universitária. Rio de Janeiro, 2011.

CHARTIER, R. **Representações das práticas, práticas da representação**. MidiaCult UNESP. Entrevista concedida a Valéria dos Santos Guimarães (2021). Disponível em: <[https://youtu.be/Y3B\\_DgEOK1g](https://youtu.be/Y3B_DgEOK1g)>. Acesso em: 24 set de 2024.

COSTA, A. A. R.; NOVAES, B. W. D. A proposta do Gruema para articular frações, decimais e porcentagens na década de 1970. 2., **SIECEMTE UFPR**,2024.

LIBERMAN, M. P.; SANCHES, L. B. (GRUEMA) **Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau**. 4ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1974.

LIBERMAN, M. P.; SANCHES, L. B. (GRUEMA) **Curso moderno de matemática para o ensino de 1º grau**. 3ª série. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

OLIVEIRA, M. C. A et al. **O Movimento da Matemática Moderna**: história de uma revolução curricular, Brasil: Editora UFJF, 2011. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/227765#:~:text=Este%20livro%20apresenta%20o%20esfor%C3%A7o%20coletivo%20realizado%20por,matem%C3%A1tica%20que%20teve%20lugar%20h%C3%A1%20cinq%C3%BCenta%20anos%20atr%C3%A1s.>> Acesso em: 20 set de 2024.

PONTE, J. P. A didática da matemática e o trabalho do professor. **RBECM - Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Matemática**, Passo Fundo, v. 3, n. 3, p. 809-826, ed. espec. 2020.

PINTO, N. B. **Marcas históricas da matemática moderna no Brasil**, 2005-06. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/156658>. Acesso em: 26 de fev de 2025.

SANCHEZ, L. B. AUTORIA DE LIVROS DIDÁTICOS: uma experiência e uma vida. **Revista de História da Educação Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 2, 2018. Disponível em: <https://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/225>. Acesso em: 11 maio. 2025.

VALENTE, W. R. **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil: Uma História da Educação Matemática no Brasil**. São Paulo: Livraria da Física, 1999.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetike**, Campinas, SP, v. 16, n. 2, p. 139–162, 2008. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894>. Acesso em: 11 maio. 2025.

VITORASSI, R.; NOVAES, B. W. D.; ANDRADE, V. L. Porcentagens na reta numérica? Como assim? Uma análise dos erros de alunos do oitavo ano. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 9, p. 1–24, 2023. Disponível em: <<https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/576>>. Acesso em: 24 set. 2024.

VILELA, L. M. A. **GRUEMA: uma contribuição para a história da educação matemática no Brasil**, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/161992>. Acesso em: 26 de fev de 2025.