



CURVAS CÔNICAS: um tema relevante na formação matemática do ensino médio

Letícia Genevain Andrade¹

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo principal descrever o desenvolvimento da pesquisa que investiga, no âmbito da Geometria Analítica, as curvas cônicas numa perspectiva da história do ensino desse conteúdo. A metodologia fundamenta-se em estudos realizados no grupo de pesquisa GHEMAT-UFJF e, portanto, segue a vertente que compreende a História da Educação Matemática como uma especificidade da História da Educação. Por intermédio de uma investigação histórica a pesquisa pretende problematizar a importância do estudo das cônicas no Ensino Médio por meio de uma análise da trajetória desse conteúdo no ensino secundário brasileiro nas décadas de 1930 e 1940. Além disso, propõe-se que o projeto também sirva como um importante diálogo entre o presente da Educação Matemática e a História da Educação Matemática por meio do desenvolvimento do Produto Educacional envolvendo propriedades refletoras das cônicas. Trazendo, assim, contribuições para a atualidade do ensino de curvas cônicas.

Palavras-chave: Pesquisa histórica; Geometria Analítica; Produto Educacional.

CONIC CURVES: a very importante subject on the high school Mathematical Education

ABSTRACT

This article has as main objective to describe the development of the research that investigates, in the scope of Analytical Geometry, the conic curves in a perspective of the history of this content. The methodology is based on studies carried out in the research group GHEMAT-UFJF and, therefore, follows the trend that understands the history of mathematical education as a specificity of the history of education. Through a historical investigation, the research intends to problematize the importance of the study of conics in High School through an analysis of the trajectory of this content in brazilian secondary education in the 1930s and 1940s. Furthermore, it's proposed that the project also serve as an important dialogue between the present of mathematics education and the history of mathematics education through the development of the Educational Product involving reflective properties of conic curves. Therefore, bringing contributions to the current teaching of conic curves.

Keywords: Historical research; Analytical Geometry; Educational Product.

CURVAS CÔNICAS: um tema relevante em la educación matemática de secundaria

RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo principal describir el desarrollo de la investigación que investiga, en el ámbito de la Geometría Analítica, las curvas cónicas en una perspectiva de la historia de este contenido. La metodología se basa en estudios realizados en el grupo de investigación

¹ Mestranda em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Professora na Rede Estadual de Educação de Minas Gerais (SEEMG), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1870-9838>. E-mail: leticia.genevain@gmail.com



GHEMAT-UFJF y, por tanto, sigue la tendencia que entiende la Historia de la Educación Matemática como una especificidad de la Historia de la Educación. A través de una investigación histórica, la investigación pretende problematizar la importancia del estudio de las cónicas en el Bachillerato mediante un análisis de la trayectoria de este contenido en la educación secundaria brasileña en las décadas de 1930 y 1940. Además, se propone que el proyecto sirva también como un importante diálogo entre el presente de la Educación Matemática y la Historia de la Educación Matemática a través del desarrollo del Producto Educativo involucrando propiedades reflexivas de curvas cónicas

Palabras claves: Investigación histórica; Geometría Analítica; Producto Educativo.

INTRODUÇÃO

Este artigo pretende apresentar o projeto de pesquisa desenvolvido durante os 14 meses de estudos no Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora. Neste período, por meio do contato que tive com disciplinas e, principalmente, com o Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática dessa instituição (GHEMAT-UFJF) foi possível me familiarizar com projetos, pesquisas, discussões e autores considerados profícuos para começar a desenvolver uma pesquisa em História da Educação Matemática. Com a leitura de textos e, também, devido as recentes pesquisas realizadas no Grupo, comecei a afunilar minha pesquisa para o âmbito do processo de escolarização da Geometria Analítica. A partir de uma discussão com a orientadora do projeto, a professora Dra.^a Maria Cristina Araújo de Oliveira, e investigações preliminares, percebeu-se que o estudo das curvas cônicas não está mais incluído na Base Nacional Curricular Comum (BNCC) do Ensino Médio. Tendo em vista esse contexto, iniciei uma pesquisa histórica em busca de investigar a trajetória das curvas cônicas no ensino secundário brasileiro no período entre as reformas Francisco Campos e Capanema (décadas de 1930 e 1940). Portanto, pretende-se que a pesquisa contribua para os estudos inseridos no campo da História da Educação Matemática e, conseqüentemente, também coopere, por meio do Produto Educacional, com a Educação Matemática da atualidade, trazendo uma problematização sobre a importância do estudo das curvas cônicas no Ensino Médio e uma reflexão a respeito da não inclusão desse conteúdo na última versão da BNCC.

Dessa maneira, como a pesquisa em desenvolvimento é embasada em estudos realizados no âmbito da História da Educação Matemática, mais especificamente nas discussões e produções do grupo GHEMAT-UFJF, o suporte teórico-metodológico e, também, a revisão de literatura seguem as perspectivas e estudos desenvolvidos em



produções desse campo. Consideramos a História da Educação Matemática como uma tendência do grande campo de pesquisa Educação Matemática que é um campo profissional em constante evolução associado à produção de importantes conhecimentos para o ensino de matemática no Brasil. De acordo com Lorenzato e Fiorentini (2001), o surgimento da Educação Matemática enquanto campo profissional no Brasil se deu diante do final da década de 1970 e durante os anos 1980, a partir do Movimento da Matemática Moderna. É nesse período que surgiu a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática. Ainda nas palavras desses autores,

Embora ainda em construção, poderíamos dizer que o objeto de estudo da Educação Matemática consiste nas múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático. Isso não significa que uma determinada investigação não possa priorizar o estudo de um desses elementos da tríade, ou de uma dessas relações. Mas, ao mesmo tempo que isso acontece, os outros elementos jamais podem ser totalmente ignorados (LOREZANTO; FIORENTINI, 2001, p. 2).

De acordo com Valente, “apesar de constituir uma vertente muito nova dentro da Educação Matemática, as pesquisas que têm interesse pela História da Educação Matemática revelam, na atualidade, tendências diferentes” (VALENTE, p. 24, 2013). Dentre essas tendências, que se distinguem basicamente pelo lugar ocupado pelos pesquisadores interessados no assunto, está a que considera que a História da Educação Matemática é um tema pertencente à História da Educação, que por sua vez faz parte dos estudos históricos. Essa é a tendência que o GHEMAT situa seus estudos. O Grupo entende, portanto, a História da Educação Matemática como um campo que produz representações sobre o passado da Educação Matemática.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, mais especificamente, olhou-se para a Educação Matemática como um campo de conhecimento sobre *saberes profissionais*. Em sua obra *Investigación sobre la historia del saber profesional de los docentes que enseñan matemáticas: interrogatorios metodológicos*, Valente (2020) evidencia a importância da investigação sobre esses *saberes profissionais*, mostrando que ao longo do tempo constatou-se a necessidade de caracterizar saberes específicos à docência, isto é, um repertório de saberes próprios ao ensino que distingue a profissão docente das demais. Mas, vale a pena



destacar que esse movimento em torno de caracterizar os *saberes profissionais* ganhou força a partir dos anos 1980. Com a breve análise das pesquisas realizadas ao longo do tempo e das três idades do ensino, Valente (2020) enfatiza que “o papel do saber é fundamental para a existência do ensino” (VALENTE, 2020, p. 902). Assim, percebe-se que o estudo sobre os *saberes profissionais docentes* é muito relevante para todos aqueles que pretendem realizar alguma pesquisa no campo de História da Educação, pois eles constituem um aparato conceitual que poderá ser utilizado na análise de diferentes épocas.

Desta forma, torna-se interessante entender as diversas questões envolvidas nesses saberes ligados a formação dos professores. Borer (2017) trata desse tema a partir de uma investigação sobre a institucionalização da formação de professores na Suíça romanda entre o fim do século XIX e a primeira metade do século XX. Atualmente, existe uma naturalização desse processo, porém, vale ressaltar que quando se pensa no movimento de popularização das instituições públicas para as massas, a formação dos professores torna-se uma questão central. Nessa obra, a autora destaca dois saberes ligados a formação de professores, os *saberes profissionais* e os *saberes disciplinares*, conforme destacado abaixo.

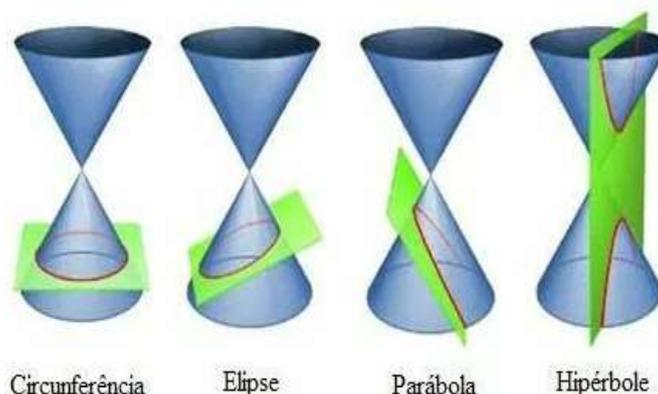
[...] este capítulo trata da evolução dos saberes contidos nos programas de formação de professores para o ensino primário e secundário na Suíça romanda. Ele se interessa mais particularmente pela maneira como se articulam de um lado os saberes constitutivos do campo profissional, no qual a referência é a expertise profissional (saberes profissionais ou saberes para ensinar); e, de outro, os saberes emanados dos campos disciplinares de referência produzidos pelas disciplinas universitárias (saberes disciplinares ou saberes concernentes aos saberes a ensinar). (BORER, 2017, p. 175).

Observa-se, portanto, que os saberes profissionais estão fortemente vinculados a formação de professores e ao ensino de Matemática. Logo, eles também estão vinculados ao tema de pesquisa, já que é essencial estar atento a esses processos para entender a escolarização de qualquer conteúdo matemático. É importante, ainda, destacar que existem diferentes modos e termos para conceituar esses saberes ligados a formação dos professores e essa é uma discussão que será abordada no capítulo de considerações teórico-metodológicas.

Visto que a pesquisa visa compreender a trajetória das curvas cônicas no ensino secundário, é pertinente esclarecer ao leitor os conceitos relacionados a esse conteúdo da Geometria Analítica. De modo simplificado, essa pesquisa considera a definição de que as

curvas cônicas são figuras geométricas obtidas a partir da interseção de um plano com um cone de revolução. Conforme a inclinação que esse plano incide no cone obtém-se os quatro tipos de curvas cônicas, conforme apresentado na figura abaixo.

Figura 1 – Apresentando as curvas cônicas



Fonte: O baricentro da mente

A parábola será o principal tipo de curva cônica trabalhada no Produto Educacional. Ela é formada a partir da interseção de um plano paralelo à geratriz do cone e possui uma propriedade especial, denominada propriedade refletora da parábola, que é muito relevante para ser trabalhada em experimentos. De acordo com essa propriedade, qualquer raio que incida paralelamente ao eixo da parábola será refletido em direção ao foco. Isso explica o porquê das antenas parabólicas terem o formato de um parabolóide de revolução (figura obtida pela revolução de uma parábola em torno de seu próprio eixo) e, também, porque esses parabolóides de revolução são encontrados em alguns espelhos refletores de faróis automotivos. Observa-se, portanto, que é possível trabalhar com essa propriedade refletora para produzir experimentos significativos para a aprendizagem dos alunos, que é uma das propostas do Produto Educacional que será mais bem apresentado no tópico a seguir.

OBJETIVOS

Realizar uma investigação histórica que possibilite problematizar a importância do estudo das cônicas no Ensino Médio mediada pela questão: “Qual a trajetória das curvas cônicas no ensino secundário brasileiro?”. Para responder a essa pergunta será necessário estudar o processo de escolarização da Geometria Analítica evidenciando, sobretudo, as



curvas cônicas. Essa movimentação investigativa será realizada por meio de uma pesquisa histórica de currículos, legislações e livros didáticos no período compreendido entre as reformas Francisco Campos e Capanema, isto é, por volta das décadas de 1930 e 1940.

Além disso, pretende-se que a pesquisa também dialogue com o presente da Educação Matemática trazendo contribuições para a atualidade do ensino das curvas cônicas e possibilitando uma reflexão sobre a retirada desse conteúdo da última versão da BNCC publicada. Tal propósito será obtido por intermédio do Produto Educacional que é uma das produções exigidas pelo Programa de Mestrado Profissional em que a pesquisa está inserida. Entende-se que o Produto Educacional é um resultado concreto gerado por meio do processo da atividade de pesquisa. Assim, para o Produto Educacional almejo desenvolver experimentos envolvendo a propriedade refletora da parábola para serem apresentados no Laboratório de Ciências e Educação Matemática (LaCem) e, também, construir uma explicação acessível para o experimento com a reflexão do som na antena parabólica já existente na entrada do Centro de Ciências – UFJF. Dessa maneira, esse Produto trará contribuições para o público que frequenta esses espaços, servindo, portanto, como uma questão de divulgação científica e atuando na formação de uma cultura matemática.

JUSTIFICATIVA

Os estudos em torno do diálogo entre o presente da Educação Matemática e a História da Educação Matemática são de imensa notoriedade para a pesquisa, pois ela trata de uma investigação histórica que pretende sustentar, atualmente, a importância dos estudos das cônicas para o Ensino Médio. Valente (2007) traz importantes contribuições a esse respeito deixando evidente que produções históricas não devem estar orientadas por necessidades imediatas da pedagogia, isto é, as pesquisas em História da Educação Matemática não devem ser vistas como um simples ingrediente para o processo de ensino-aprendizagem. Diante disso, o autor apresenta uma importante definição sobre o ofício do historiador de Educação Matemática, “O historiador da educação matemática tem, como todo historiador, a tarefa de produzir fatos históricos. Sua especificidade é a de elaboração de fatos históricos relativos ao ensino de matemática” (VALENTE, 2007, p. 39).



Contudo, Valente (2007) destaca que a produção histórica deve ter um diálogo problematizador com o presente, pois é a partir disso que ocorre o processo de desnaturalização de elementos do cotidiano das práticas pedagógicas, como o ensino de curvas cônicas no Ensino Médio. Para desenvolver uma pesquisa histórica que dialoga com o presente das práticas pedagógicas, o autor sugere utilizar livros didáticos como fonte relevante, já que eles são, desde os primórdios, relacionados fortemente ao ensino de Matemática. Dessa maneira, seguimos esse princípio que considera que a produção histórica pode ser utilizada para desnaturalizar problemas do cotidiano escolar que, no caso da pesquisa desenvolvida, é problematizar a importância do estudo das cônicas no Ensino Médio por meio da investigação em torno do processo de escolarização desse conteúdo. Assim, através da investigação histórica realizada nesta pesquisa será possível compreender melhor alguns aspectos da educação contemporânea.

Cabe ressaltar que outras pesquisas em História da Educação Matemática já investigaram a trajetória de escolarização da Geometria Analítica, como será mais bem descrito no tópico de revisão de literatura. Esse é o caso, por exemplo, da dissertação de mestrado de Josélio Lopes Valentim Júnior que também realizou sua pesquisa no Grupo GHEMAT-UFJF e é um egresso do Mestrado Profissional em Educação Matemática da mesma instituição. O trabalho intitulado *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM* teve como principal “objetivo produzir um estudo histórico sobre a trajetória da Geometria Analítica como conteúdo da Matemática escolar no ensino secundário, no período compreendido entre 1940 e 1970” (VALENTIM, 2013, p.1).

É importante destacar, ainda, uma outra pesquisa, trata-se da dissertação de Josilene Beltrame que foi defendida em 2000 e é intitulada *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837 – 1932*. O principal objetivo desse trabalho foi analisar “os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II, desde sua fundação em 1837, até a Reforma de Ensino empreendida por Francisco Campos em 1931” (BELTRAME, 2000, p.1).

Percebe-se, portanto, que a temática de ambos os trabalhos apresentados se assemelha com a pesquisa sobre a trajetória das curvas cônicas em desenvolvimento, já que ambas tratam, de alguma forma, da escolarização da Geometria Analítica no ensino

secundário em diferentes épocas. Porém, a presente pesquisa se difere dessas duas por tratar da escolarização da Geometria Analítica no ensino secundário com foco na trajetória do ensino das curvas cônicas e também por trazer uma problematização sobre a importância desse conteúdo na atualidade. Além disso, o período de estudo, entre a reforma Francisco Campos e a Reforma Capanema, compreende exatamente a interseção entre as pesquisas realizadas por Valentim (2013) e Beltrame (2000).

Como justificativa para o desenvolvimento dessa pesquisa gostaria, ainda, de trazer algumas particularidades que se relacionam com o meu interesse pessoal pelo tema de pesquisa. As motivações que me levaram a ingressar no programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática estão fortemente influenciadas pela minha trajetória acadêmica. Ainda nos primeiros períodos da minha graduação tive a oportunidade de conhecer esse campo de pesquisa que se dedica a entender dois temas que eu sempre busquei estudar: *Educação e Matemática*. Assim, ao decorrer do curso de Licenciatura em Matemática, através de atividades práticas, eventos, estágios e disciplinas, comecei a realmente conhecer as pesquisas, estudos, projetos e autores que estudam Educação Matemática. Essa “nova maneira” de enxergar o ensino de Matemática me encantou e, com isso, pude perceber que existem diversos estudos sobre metodologias de ensino capazes de transformar o ensino de Matemática e torná-lo mais significativo.

Já durante o penúltimo período da graduação, no ano de 2018, matriculei-me na disciplina *História da Matemática* com a professora Maria Cristina Araújo de Oliveira. Durante essa disciplina, tive a oportunidade de conhecer não somente os estudos relativos à História da Matemática, mas também o campo de pesquisa *História da Educação Matemática*. A partir dessa ocasião, comecei a me tornar cada vez mais interessada por esse campo de investigação e pela maneira com que ele se relaciona com a aprendizagem dos alunos. Com isso, durante o último período da minha graduação, já em 2019, decidi me matricular na disciplina Estudos Orientados do Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (GHEMAT-UFJF) para aprofundar meus estudos e conhecer mais sobre esse assunto. Permaneci acompanhando as discussões do grupo durante todo o ano de 2019, mesmo após já ter me formado, e isso foi muito relevante para que eu escolhesse definitivamente o campo de *História da Educação Matemática* para aprofundar as leituras e desenvolver a pesquisa.



Percebe-se, portanto, que além do meu interesse pelo campo de pesquisa História da Educação Matemática, também sempre me dediquei a estudar o ensino dos mais diversos conteúdos de Matemática. E, além disso, o tema “curvas cônicas” atrai minha atenção, pois ele pode ser explorado de maneira a tornar a aprendizagem dos alunos mais significativa, sem considerar apenas fórmulas ou teorias, mas evidenciando seus aspectos cotidianos e experimentais. Quando visitei o Centro de Ciências da UFJF em 2019 com uma turma de 8º ano em que eu lecionava pude perceber que o experimento envolvendo as propriedades refletoras das parábolas não estava incluído no circuito de atividades a serem visitada pelos alunos. Essa situação me incomodou e me levou a refletir sobre como aquele experimento poderia ser relevante para os alunos e depois até ser lecionado em sala de aula. Posso afirmar que, por meio dessas experiências passadas, quando essa oportunidade de pesquisar sobre as curvas cônicas surgiu logo me interessei.

CONSIDERAÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

Esse trabalho está embasado em estudos realizados no grupo de pesquisa GHEMAT-UFJF e, portanto, segue a vertente que compreende a História da Educação Matemática como uma especificidade da História da Educação, que, por sua vez, faz parte dos estudos históricos. De acordo com Valente, “esse posicionamento, desde logo, implica na necessidade de apropriação e uso do ferramental teórico-metodológico elaborado por historiadores para a escrita da história” (VALENTE, 2013, p. 24).

Percebe-se, ainda, que nesta pesquisa, as perspectivas em relação à metodologia de trabalho seguirão as considerações feitas por Valente em *História da educação matemática: interrogações metodológicas* como expressão o trecho abaixo:

[...] a menção da base teórica dos projetos já indicava o percurso do trabalho a ser realizado, a sua metodologia. Desse modo, tenho sido partidário da expressão “base teórico-metodológica” como o lugar onde é possível encontrar os caminhos por onde a pesquisa irá trilhar. (VALENTE, 2007, p. 28).

Dessa maneira, com a leitura das considerações teórico-metodológicas desse texto será possível compreender os caminhos por onde a pesquisa que investiga a trajetória das curvas cônicas no ensino secundário irá trilhar. Todas as obras citadas foram discutidas na disciplina estudos orientados do grupo GHEMAT-UFJF e são de autores considerados

profícuos para as pesquisas em História da Educação Matemática. Mas, vale ressaltar que ainda existem alguns caminhos a serem construídos para o desenvolvimento metodológico desta pesquisa. O primeiro passo a ser trilhado nesse caminho é investigar a Geometria Analítica como campo da Matemática, já que para realizar a investigação histórica sobre as curvas cônicas será necessário entender o processo de escolarização desse conteúdo.

Seguindo a ideia de que as investigações feitas no âmbito da História da Educação Matemática fazem parte dos estudos históricos, torna-se relevante salientar alguns pontos sobre a construção de fatos históricos. A respeito desse tema, Valente (2007) declara que só é possível construir fatos históricos a partir das questões formuladas pelo historiador frente às fontes, ou seja, as questões do historiador funcionam como um combustível para a construção dos fatos históricos e, conseqüentemente, para a pesquisa histórica. Logo, um mesmo documento considerado fonte relevante pode ter diferentes importâncias frente às interrogações do historiador.

Sabendo da notoriedade da associação das questões do historiador para o desenvolvimento dos trabalhos com as fontes, cabe ressaltar ainda que as críticas também são uma importante etapa para esse processo. Valente (2007) considera que as críticas educam o olhar que os historiadores lançam sobre as fontes, mas destaca que elas não podem ser feitas de maneira ingênua e sem conhecimentos prévios. Cabe, então, ao historiador, no processo de análise de fontes e desenvolvimento da produção histórica, saber levantar questões e lançar críticas. Seguindo este pensamento apresentado por Valente (2007), os materiais e documentos utilizados na investigação histórica sobre a escolarização das curvas cônicas foram escolhidos tomando como norte a questão de pesquisa, “qual a trajetória das curvas cônicas no ensino secundário brasileiro?”. Mas, outras questões associadas à questão da pesquisa e mais específicas à análise dos documentos, como “as curvas cônicas têm, historicamente, presença estável na formalização da Geometria Analítica no ensino secundário?”, também são de grande notoriedade para escolha e análise das fontes. Assim, por intermédio dessas questões foi possível iniciar o processo de desenvolvimento da pesquisa e, ao longo dele, as críticas às fontes ocorreram de maneira bem cuidadosa, levando em conta discussões e estudos realizados.

SABERES PARA A FORMAÇÃO DOCENTE



É notório que a pesquisa apresenta um importante papel na compreensão da trajetória das curvas cônicas no ensino secundário e, também, uma reflexão sobre a importância do estudo desse conteúdo no Ensino Médio, inclusive na atualidade. Portanto, a discussão em torno da articulação dos saberes para a formação docente é de extrema importância para o desenvolvimento da pesquisa, já que para compreender a trajetória do ensino das curvas cônicas será preciso realizar uma investigação em torno dos saberes que estavam disponíveis para os professores durante o período compreendido entre a Reforma Francisco Campos e a Reforma Capanema. Toda essa movimentação investigativa será realizada por meio de uma pesquisa histórica em fontes consideradas relevantes, entre elas os livros didáticos. Cabe ressaltar que o livro didático é um suporte relevante para os professores, pois, além deles se relacionarem fortemente ao ensino de Matemática, também fazem parte do cotidiano do professor, auxiliando, inclusive, a preparação de aulas. Portanto, pode-se considerar que o conteúdo sistematizado nos livros didáticos são saberes profissionais do professor.

A respeito desses saberes profissionais, os estudiosos suíços Hofstetter e Schnuewly (2007) concebem dois tipos de saberes ligados à formação de professores, “os saberes a ensinar, ou seja, os saberes que são os objetos do seu trabalho; e os saberes para ensinar, em outros termos os saberes que são as ferramentas do seu trabalho” (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017, p. 131-132). Assim, no caso do professor de Matemática, os *saberes a ensinar* estão relacionados ao conteúdo a ser ministrado, enquanto os *saberes para ensinar* se referem à metodologia e didática utilizada pelo docente. Nota-se, portanto, que esses saberes são uma questão central tanto para a ação docente quanto para a formação. Dessa maneira, estudando os conceitos dos saberes expostos por Hofstetter e Schnuewly (2017) é possível compreender que os *saberes a ensinar* referem-se àqueles que foram produzidos pelas disciplinas universitárias e que são considerados relevantes para a formação de professores. Portanto, os *saberes a ensinar* não estão prontos, por si só, para serem ensinados em outros níveis de aprendizagem. Ele se torna um saber ensinável em outro nível através de ferramentas que, no caso, são os *saberes para ensinar*.

Depois de compreender as questões relacionadas a esses saberes, é possível associá-los com o tema de nossa pesquisa. Os estudos relacionados às cônicas no âmbito da



Geometria Analítica são os *saberes a ensinar*, já que são aqueles produzidos pelas disciplinas universitárias e são objetos do trabalho do professor. Já a maneira pela qual os professores ensinaram esse conteúdo ao longo do tempo se referem aos *saberes para ensinar*, visto que eram ferramentas de trabalho do docente. Nesta pesquisa, apresentaremos como esse conteúdo se manifestou historicamente no ensino secundário.

A HISTÓRIA CULTURAL

Compreender os contextos e estudos provenientes da História Cultural é essencial para todos aqueles que desejam produzir história, visto que esse tema engloba diversos conceitos que auxiliam os historiadores a entender as etapas desse processo histórico. Para representar qualquer pesquisa histórica é preciso estar atento a diversas questões, sobretudo no que diz respeito às noções de cultura, ao lugar social do historiador e às restrições do discurso histórico. Portanto, a pesquisa também apresentará como base o referencial teórico-metodológico da História Cultural, conceituada por autores considerados profícuos para a área, como Roger Chartier.

Na obra *A História ou a leitura do tempo*, Chartier (2007) traz uma discussão sobre a História Cultural através de uma abordagem que envolve outros temas que são conceitos-chaves para compreender a prática dos historiadores, como representação, memória e ficção, micro-história e globalidade, discursos eruditos e práticas populares e, evidentemente, cultura. Dessa maneira, tem-se um panorama sobre o “fazer história”, destacando características, práticas e pontos importantes da produção histórica.

Para introduzir os estudos sobre a História Cultural, o autor traz uma discussão a respeito da chamada “crise da História” que coloca em voga a cientificidade do conhecimento histórico. Chartier (2007) evidencia que esse paradoxo compara a História com a ficção e destaca que esse é um efeito que surgiu, principalmente, a partir de um choque epistemológico. Visto que narrativa e a retórica (que são características da ficção) passaram a ser inerentes à história e, para alguns, esse fato a afastou da cientificidade. Assim, Chartier (2007) recorre a Ginzburg e Certeau para defender que a ideia de que a noção propagada pela “crise da História” é equivocada, já que Certeau afirma que “História é um discurso que produz enunciados científicos” (CHARTIER, 2007, p.16). Outrossim, Ginzburg reconhece



que prova e retórica não são opostas e, sim, estão interligadas na produção histórica, como mostra o trecho abaixo:

[...] Daí sua firme conclusão: reconhecer as dimensões retórica ou narrativa da escritura da história não implica, de modo algum, negar-lhe sua condição de conhecimento verdadeiro, construído a partir de provas e de controles. Por isso, “o conhecimento (mesmo o conhecimento histórico) é possível” (GINZBURG, 1999, p. 25 apud CHARTIER, 2005, p.13).

Tendo compreendido o caráter científico da produção histórica, torna-se relevante entender as relações no passado, não só para distinguir História e ficção, mas também para trazer à tona outro conceito que frequentemente é atrelado a História: a memória. Porém, antes de iniciar esse assunto, Chartier (2007) mostra um outro ponto de extrema importância para a produção histórica, o lugar social onde os historiadores exercem sua prática. Para produzir História é essencial que o historiador tenha em mente onde ela é produzida e as diferenças que esse lugar pode surtir na produção final. Logo, o lugar de produção histórica é essencial para a escrita. Além disso, é muito relevante que o historiador tenha conhecimento das hierarquias da instituição histórica e suas influências sobre a produção, sobretudo no que diz respeito aos objetos históricos legítimos. Essa ideia propagada por Chartier (2007) é, também, baseada em Certeau, como mostra o trecho abaixo:

Antes de saber o que a história diz de uma sociedade, é necessário saber como funciona dentro dela. Essa instituição se inscreve num complexo que lhe permite apenas um tipo de produção e lhe proíbe outros. Tal é a dupla função do lugar. Ele torna possíveis certas pesquisas em função de conjunturas e problemáticas comuns. Mas torna outras impossíveis; exclui do discurso tudo aquilo que é a sua condição num momento dado; representa o papel de uma censura com relação aos postulados presentes (sociais, econômicos, políticos, na análise) (CERTEAU, 1975, 175, p. 78 apud CHARTIER, 2007, p. 17).

Com isso, percebe-se ainda uma preocupação com as partes ocultadas ou transformadas em um discurso histórico, isto é, as restrições. Chartier (2007) deixa claro que é muito importante que os historiadores identifiquem essas restrições para denunciar o caráter subjetivo da História.

Tendo compreendido o quanto o lugar social ocupado pelo historiador é importante para a produção histórica, Chartier (2007) traz novos conhecimentos a respeito das relações no passado. Esse é um outro assunto de extrema relevância para aqueles que produzem História, visto que muitas vezes a produção pode ser confundida com a memória ou ficção. De fato, a produção histórica é uma modalidade da relação que a sociedade mantém com o

passado, porém Chartier (2007) deixa claro que existem muitas diferenças entre História, ficção e memória. Para demonstrar isso, o autor coloca em evidência as diferenças entre os conceitos: testemunho e documento; regularidade e causalidade; reconhecimento do passado e representação do passado.

Mas, é evidente que muitas vezes surge para o historiador a dúvida: como certificar a representação histórica do passado? Para responder essa pergunta, Chartier (2007) apoia-se nas três fases da operação historiográfica de Ricoeur (2000), o estabelecimento da prova documental, a construção da explicação e a colocação em forma literária. Dessa maneira, para Chartier (2007) esse distúrbio envolvendo “a crise da história” e da representação da história pode ser superado a partir da reflexão dos critérios e das condições de produção do discurso histórico e das críticas e outras formas de relação com o passado.

Um outro passo muito importante para “o fazer história” é compreender a noção de cultura, já que ela é essencial para estudar a História Cultural. Diante das múltiplas acepções do termo “cultura”, Chartier (2007) apresenta duas famílias de significados:

A que designa as obras e os gestos que, em uma sociedade dada, se subtraem às urgências do cotidiano e se submetem a um juízo estético ou intelectual e a que aponta as práticas comuns através das quais uma sociedade ou um indivíduo vivem e refletem sobre sua relação com o mundo, com os outros e com eles mesmos (CHARTIER, 2007, p.34).

Essa primeira concepção é proposta por Carl Schorske e é a que leva a construção da história dos textos. Já a segunda concepção, baseada em Clifford Geertz, “se apoia na acepção que a antropologia simbólica oferece da noção” (CHARTIER, 2007, p. 35). A partir disso, vale a pena ressaltar as questões comuns entre esses enfoques diferentes de cultura. Chartier (2007) deixa evidente a questão relacionada com a articulação entre as obras singulares e as representações comuns, isto é, a apropriação feita por cada leitor a partir da leitura de um texto. A História Cultural reflete que a produção do significado é construída a partir da relação do leitor com o texto, como destaca o trecho abaixo:

Por outro lado, na maioria das vezes, consideram os textos como se existissem em si mesmos, fora dos objetos ou das vozes que os transmitem, enquanto uma leitura cultural das obras lembra que as formas como são lidas, ouvidas ou vistas também participam da construção do seu significado. (CHARTIER, 2007, p.36).



Dando continuidade aos estudos relacionados à noção de cultura, Chartier (2007) traz uma discussão sobre as diferenças e semelhanças entre a cultura popular e a cultura letrada. Sobre a cultura popular ele afirma:

Por um lado, a cultura popular é pensada como autônoma, independente, fechada sobre si mesma, e, por outro lado, é definida por sua distância no que diz respeito a legitimidade cultural. Os historiadores oscilaram durante longo tempo entre essas duas perspectivas. (CHARTIER, 2007, p.45).

Não se pretende, nesse trabalho trazer uma caracterização sobre esses termos, mas, sim, essa breve apresentação para nos levar a pensar sobre um grande desafio que se apresenta a História Cultural: a articulação entre os discursos e as práticas.

A OPERAÇÃO HISTORIOGRÁFICA

As discussões em torno da problemática de uma pesquisa em História da Educação Matemática são de extrema relevância para todos aqueles que pretendem fazer História. Já que para iniciar o desenvolvimento de uma pesquisa histórica é preciso ter em mente quais são as problemáticas envolvidas naquele tema. Para tanto, é preciso estar atento às relações entre objeto, contexto e o problema da pesquisa e, além disso, entender que existem três elementos envolvidos nessa problemática: o tema, a interrogação e a justificativa.

Para a construção da problemática de pesquisa deve-se entender como se escreve em História da Educação Matemática. De Certeau (1982) no segundo capítulo do livro *A escrita da história* traz uma abordagem de extrema relevância para amparar historiadores na compreensão da metodologia e da sistematização por trás da operação historiográfica. De acordo com o autor “a operação historiográfica se refere à combinação de um lugar social, de práticas ‘científicas’ e de uma escrita” (DE CERTEAU. 1982, p.108). Essa operação abrange três fases: a documental, a explicativa/compreensiva e a escriturária. A fase documental é aquela onde o historiador busca indícios para documentar e situar as fontes. Já na fase explicativa/compreensiva deseja-se explicar os significados desses indícios e compreender seus sentidos. Cabe destacar que essa fase é muito relevante, pois trata-se da organização da narrativa e suas regras científicas para se fazer História. Na última fase, a escriturária, ocorre a elaboração do relato e é nela que o historiador tem a árdua tarefa de realizar uma representação histórica do passado.



De Certeau (1982) também apresenta uma discussão sobre a objetividade e a subjetividade na operação historiográfica. A partir de suas ponderações, é possível compreender que a História é levada a objetividade a medida em que se deseja fazer uma ciência, por outro lado, é preciso entender que não é possível separá-la da subjetividade. Assim, é colocado em evidência que a História não é um campo necessariamente ligado a subjetividade, porém não é possível realizar o trabalho histórico sem considerá-la. Já que é preciso levar em consideração o lugar social que o historiador ocupa e, também, a bagagem cultural que ele carrega. O trecho a seguir demonstra de maneira eficaz essa limitação que o historiador possui para trazer a verdade absoluta para sua produção.

Encarar a história como uma operação será tentar, de maneira necessariamente limitada, compreendê-la como a relação entre um *lugar* (um recrutamento, um meio, uma profissão etc.), *procedimentos* de análise (uma disciplina) e a construção de um *texto* (uma literatura). É admitir que ela faz parte da "realidade" da qual trata, e que essa realidade pode ser apropriada "enquanto atividade humana", "enquanto prática". (CERTEAU, 1982, p. 162).

Ainda sobre a construção da escrita histórica, De Certeau deixa em destaque que nas pesquisas históricas pretende-se *fazer* História e não *contar* história, o que as difere das fontes. Assim, pode-se dizer que o autor mostra as especificidades da escrita de História e como ela se diferencia da Literatura e da Filosofia.

REVISÃO DE LITERATURA

Outros trabalhos desenvolvidos no campo da História da Educação Matemática são de imensa relevância para o desenvolvimento desta pesquisa. Essas produções, como dissertações que tem alguma semelhança com o tema, trabalhos e artigos acrescentam muitos conhecimentos. Até o momento, foram realizadas análises de 4 trabalhos, sendo 3 dissertações e um artigo, que consideramos significativos para a pesquisa sobre a trajetória das curvas cônicas. São eles: *Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837 -1932* de Beltrame (2000); *A Influência da Reforma Benjamin Constant no currículo de matemática do Colégio Pedro II* de Moreira (2008); *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o*



MMM de Júnior (2013) e o artigo *A introdução da geometria analítica no ensino secundário português – a contribuição de José Adelino Serrasqueiro* de Matos (2019).

Todas essas obras têm sido muito significativas para os estudos em relação ao processo de escolarização da Geometria Analítica no Brasil, mais especificamente no que diz respeito as curvas cônicas. Assim, com a leitura e análise delas tem sido possível obter diversas informações a respeito do ensino dos conteúdos de Geometria Analítica nos currículos e livros didáticos de Matemática ao longo do tempo. Dessa maneira, é possível compreender como historicamente os estudos sobre curvas cônicas foram introduzidos no ensino secundário e quais as transformações que ocorreram até os dias atuais.

A dissertação *Os programas de ensino de matemática do colégio Pedro II: 1937 – 1932* de Josilene Beltrame tem como finalidade analisar os programas de ensino de Matemática do Colégio Pedro II, desde sua fundação em 1937, até à Reforma de Ensino empreendida por Francisco Campos em 1931. Portanto, através do estudo dessa obra é possível obter uma visão da evolução do ensino de Matemática no Brasil ao longo deste período e isso é de imensa relevância para a pesquisa em desenvolvimento, até mesmo porque ela também aponta para a Reforma Francisco Campos. Com a leitura da dissertação de Beltrame (2000) foi possível, por exemplo, identificar que nenhum conteúdo de Geometria Analítica aparece nos currículos propostos pela reforma Benjamin Constant. Apenas nas mudanças radicais ocorridas após a reforma, em 1895, esse conteúdo passa a aparecer na Matemática ensinada para o 4º ano do secundário com indicação do livro Sonnet e Fronteira: *Geometria analítica*. De acordo com a autora “A matemática que antes reduzia-se ao estudo da Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria passou a abranger também o estudo da Álgebra Superior, da Geometria Analítica, da Geometria Descritiva e do Cálculo” (BELTRAME, 2000, p. 68). Em relação às cônicas, destaca-se que os conteúdos ensinados nesse período eram “equação das cônicas no sistema retilíneo em relação aos seus eixos e da sua parábola em relação a tangente de seu vértice” e “equação polar das cônicas”. No programa de 1898, a Geometria Analítica já havia sido excluída. Nota-se, assim, que com a leitura dessa dissertação é possível visualizar em que currículos e programas de ensino de Matemática no Colégio Pedro II (de 1837 a 1932) a Geometria Analítica aparecia e, também, ter acesso a livros didáticos relevantes para o ensino desse conteúdo no Brasil.



De maneira análoga, as dissertações *A influência da Reforma Benjamin Constant no currículo de matemática do Colégio Pedro II* de Luís Eduardo Moreira e *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM* de Josélio Valentim Júnior apresentam-se como importantes obras para a pesquisa sobre as curvas cônicas, sobretudo no que diz respeito a análise de currículos e livros didáticos. Na dissertação de Júnior (2013), por exemplo, tem-se uma grande contextualização da escolarização da Geometria Analítica, incluindo seu surgimento, e também uma apresentação de análise de diversos livros didáticos.

Sabemos que os livros didáticos são excelentes fontes para as pesquisas em História da Educação Matemática. Valente (2007) deixa isso evidente

Estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, interrogar o que delas nos foi deixado, pode significar fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados. Eles – os livros didáticos – representam um dos traços que o passado nos deixou. (VALENTE, 2007, p. 39).

Pretendo realizar uma análise lançando um olhar crítico e cuidadoso aos livros didáticos procurando entender como era o ensino de curvas cônicas durante as reformas Francisco Campos e Capanema e, ainda, estudar como ele mudou até os dias atuais. Realizando uma pesquisa no *Repositório Institucional da UFSC* em busca desses livros, principalmente a partir dos anos 30 e 40 (reforma de Capanema), foi possível encontrar, até o momento, três obras que parecem ser interessantes para entender o estudo de cônicas na década de 50. São elas: *Matemática 2º ciclo (1955)*, *Lugares Geométricos Planos (1956)* e *Introdução à Teoria das Cônicas (1957)*. Os resumos dessas obras mostram que elas têm a finalidade de apresentar a Geometria Analítica e um estudo elementar sobre as curvas cônicas.

Já o artigo *A introdução da geometria analítica no ensino secundário português – a contribuição de José Adelino Serrasqueiro* de José Manuel Matos pretende contribuir para o estudo dos modos como a Geometria Analítica foi introduzida no final do século XIX como tópico escolar no ensino secundário português. Isso é feito por meio da análise de um capítulo de um dos primeiros livros escolares que incluíram o tópico de autoria de Serrasqueiro. Pode-se dizer, portanto, que essa obra apresenta algumas “partes” da escolarização da Geometria Analítica no sistema português e, portanto, ela é de grande relevância para a pesquisa sobre as curvas cônicas.



CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Em aspectos ainda preliminares, pode-se considerar que a pesquisa apresentada buscar trazer contribuições acerca da problematização da importância do estudo das curvas cônicas no Ensino Médio. Além disso, é interessante salientar que por meio da escrita do presente artigo e da reflexão sobre as metodologias, referencial teórico e revisão bibliográfica foi possível compreender os caminhos que já foram traçados e os que ainda devem ser construídos para alcançar o desenvolvimento pleno da pesquisa.

REFERÊNCIAS

BELTRAME, J. **Os programas de ensino de matemática do Colégio Pedro II: 1837 – 1932**. 2000. 267f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Departamento de Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.

CHARTIER, R. **A história ou a leitura do tempo**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: VALENTE, W. R.; HOFSTETTER, R. **Saberes em (trans)formação: um tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 113-172.

JÚNIOR, J. **A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a reforma Capanema e o MMM**. 2013. 110f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/162247>

BORER, V. Saberes: uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores. In: HOFSTETTER, R. e VALENTE, W. **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Livraria da Física, 2017, p. 173-199

LORENZATO, Sérgio; FIORENTINI, Dario. **O profissional em educação matemática**. Texto adaptado pelos autores. Unicamp: Campinas, 2001. Disponível em: https://www2.ufjf.br/mestradoedumat/files/2016/07/O_profissional_em_Educacao_Matematica-Erica2108.pdf

MATOS, J. A introdução da geometria analítica no ensino secundário português – a contribuição de José Adelino Serrasqueiro. **Revista de Investigação e Divulgação em**



Educação Matemática, Juiz de Fora/MG, v. 3, n. 1, p. 5-21, 2019. Disponível em:
<https://doi.org/10.34019/2594-4673.2019.v3.27825>

MOREIRA, L. **A Influência da Reforma Benjamin Constant no currículo de matemática do Colégio Pedro II**. 2008. 219f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto de Ciência Humanas, Programa de Pós-Graduação da PUC Rio, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <https://doi.org/10.17771/PUCRio.acad.35467>

RODRIGUES, W. Investigación sobre la historia del saber profesional de los docentes que enseñan matemáticas: interrogatorios metodológicos. **Revista Paradigma**, Ribeirão Preto/MG, v. 41, p. 900-911, 2020. Disponível em:
<https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p900-911.id827>

VALENTE, W. História da educação matemática: interrogações metodológicas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis/SC, v. 2, n. 1, p. 28-49, 2007. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>

VALENTE, W. Oito temas sobre história da educação matemática. **REMATEC** – Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Natal (UFRN), ano 8, n.12, p. 22-50, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160384>