

MATEMÁTICA A ENSINAR E PARA ENSINAR FRAÇÃO NA PERSPECTIVA DE CALKINS

Autor 1¹

Autor 2²

Autor 3³

INTRODUÇÃO

Este texto discute o movimento de produção e transformação de *saberes a e para ensinar* frações no período que ficou conhecido como pedagogia moderna, pelo uso do método intuitivo, e elegemos, como objeto de pesquisa, as obras de Norman Allison Calkins. Calkins foi um autor estrangeiro que colaborou, indiretamente, com a formação de professores em todo o Brasil, a exemplo do manual **Primeira Lição de Coisas**, escrito por ele em 1861, que foi traduzido por Rui Barbosa em 1886, sendo considerada uma das obras mais apropriadas por autores brasileiros durante a vaga da pedagogia moderna (Silva, 2016; Santos e Santos, 2019; Ferreira e Santos, 2017; Nascimento, 2018; Valdemarin, 2014; Duarte, 2018).

Além do **Primeiras Lições de Coisas**, também investigamos outras obras desse mesmo autor, pois buscamos identificar seu método para ensinar. São elas: *Primary object lessons for a graduated course of development: a manual for teachers and parents, with lessons for the proper training of the faculties of children and programmes of the grades and steps* (1862, 5^a ed.); *Manual the object – teaching with illustrative lessons in methods and science of education* (1881), e uma publicação conjunta entre Calkins, Henry Kiddle e Thomas F. Harrison, o manual *How to teach: a manual of methods for a graded course of instruction* (1875). Os três autores foram superintendentes de escolas nova iorquinas, sendo Harrison e Calkins também professores de **Métodos e Princípios de Ensino da Escola Normal**. Ao que tudo indica, havia uma concordância entre Calkins e seus colegas ao ponto de publicarem uma obra conjunta para circulação nos Estados Unidos.

¹Doutora em

²Doutora em

³Doutora em

Ao selecionarmos a proposta de Calkins como fio condutor para a compreensão do método intuitivo, focamos o estudo sobre as frações, pois é assunto de nossas pesquisas. Primeiro, apontamos os indícios encontrados no **Primeiras Lições de Coisas** e, em um segundo momento, examinamos pontos do manual *How to teach*.

As análises pautaram-se em uma abordagem teórico-metodológica pela ótica da História Social e História Cultural, tendo como campo temático a história dos saberes docentes, sendo esses entendidos como resultados de um processo de produção histórica, frutos de uma profissionalização construída a partir de tensões entre os campos disciplinares, campos da educação, instituições políticas e outras. Por conseguinte, mobilizamos os conceitos de **matemática a ensinar** e a **matemática para ensinar** (Valente, 2019). E, com base nessa fundamentação, problematizamos a questão: que matemática a ensinar e matemática para ensinar fração seriam representadas em materiais para professores na perspectiva de Calkins?

PROPOSTAS DE CALKINS

Em geral, os manuais analisados, de Calkins e colaboradores, são dirigidos principalmente aos professores, estendendo-se aos pais, dirigentes, gestores e a todos os envolvidos no processo de ensino aprendizagem. Pela escrita, observamos que mantêm um diálogo com os professores sobre suas responsabilidades: saber o que é necessário aprender, o que deve ser ensinado e como ensinar. Assim, orientar o docente se torna um dos objetivos dos manuais, os quais fornecem os meios disponíveis para o trabalho com o método intuitivo, atendendo a realidades e suas relações, em vez de ideais e suas representações.

Exemplificam situações e etapas de como alcançar ideias claras de objetos e eventos distantes por meio daqueles que estão próximos e são conhecidos. Desse modo, defendiam que seria possível preparar a mente do aluno a partir do desenvolvimento iniciado através das percepções dos sentidos, instigando a observação e a reflexão necessárias à compreensão dos fatos importantes, os quais, segundo eles, diriam respeito às coisas e aos atos e suas relações com a linguagem falada e escrita.

O manual **Primeiras Lições de Coisas** de Calkins aparece, no Brasil, por meio da tradução de Rui Barbosa de Oliveira, realizada em 1881 e publicada em 1886. O livro

traduzido ganhou espaço para circulação em nosso país em virtude da estima de Barbosa entre a classe política e de educadores da época, os quais estavam em primeiros contatos com a pedagogia moderna.

Autores como Oliveira (2017) e Maciel (2019), entre outros, anunciam o período da pedagogia moderna de ensino intuitivo como marco de um projeto modernizador da instrução primária brasileira durante os anos de 1870 até as primeiras décadas do sec. XX, período em que se colocava o aluno em situações que o auxiliavam na descoberta das regras, orientando-o sempre do conhecido para o desconhecido, do próximo ao distante, do simples ao complexo, do fácil ao difícil.

Para Calkins, quanto mais a observação fosse empregada, mais seria internalizada pelas sensações e percepções. A observação deveria ser, primeiro, empregada sobre as qualidades que agem diretamente sobre os sentidos, pois quanto mais estes são notados e quanto mais ideias deles estão associadas, melhor seria lançada a base para o conhecimento (ibidem, 1881, p. 380).

Nas publicações analisadas de Calkins (1862, 1881, 1886), Kiddle, Harrison e Calkins (1875), observamos apontamentos também quanto às desvantagens do método tradicional, o qual enfatizava a memorização. De acordo com esses autores, um dos abusos mais graves de tal método referia-se ao emprego dos livros apenas para a prática da memorização. Para eles, o livro deveria emprestar, ao aluno, um repertório que o conduzisse, mais naturalmente, à compreensão dos fatos e às suas próprias generalizações.

AS FRAÇÕES SEGUNDO O MÉTODO INTUITIVO DE CALKINS

Nossa análise aponta indícios do método intuitivo da pedagogia moderna de uma **matemática a e para ensinar** (Hofstetter, Valente, 2017) frações. O manual **Primeiras Lições de Coisas** de Calkins, orienta, pais e professores, a proporem situações com uma variedade de objetos a serem contados e manipulados, obedecendo algumas etapas, tais como: observar, classificar, generalizar. No assunto de fração, recomenda-se o uso de pauzinhos, cordões, fita de papel de mesmo comprimento, e o contador com atividades que possam introduzir a ideia de metade, terços, quartos.

Sobre as frações, a obra traz o capítulo “Lições para desenvolver as idéas (sic) de partes eguaes (sic), ou fracções (sic)” (Calkins, 1886, p. 323). O objetivo desta lição é de trabalhar com partes iguais de objetos, de números e de grandezas.

Para a explicação de divisão de objetos inteiros (maçã, folha de papel), inicia assim: dividir uma “coisa” (uma unidade) em duas partes iguais e, depois, em quatro partes iguais. Justifica que essas noções precisam ser familiares às crianças, ou seja, o caminho de abordagem deve passar do simples para o complexo, mobilizando a comparação entre as frações que vão sendo obtidas.

Para o tratamento de fração como parte de um número (representado por um conjunto de coisas), Calkins recorre ao contador com esferas. A ideia explorada é de “retirar”. Para isso, faz perguntas com o objetivo de concretizar a divisão de uma quantidade de coisas: “das quatro esferas (sic), quanto devo apartar, para que fiquem metade?”; “metade de seis esferas (sic) quantos vêm a ser?”; “em seis, quantos três?” (Calkins, 1886, p. 323, 324). Ao incentivar os professores para que fizessem perguntas aos alunos e usassem o contador com as esferas, Calkins promovia o apelo ao sensível, ao uso da manipulação, à percepção pelas vistas, o que mostra os primeiros passos do caminho do concreto ao abstrato, do simples ao complexo. Finalmente, tomando ideias de partes iguais, na obra, ele trabalha a comparação por meio de grandezas de mesma espécie: uma linha repartida ao meio ou em três partes iguais.

Notadamente, outras orientações sobre o ensino de frações apareciam no manual *How to teach*, no qual, segundo Kiddle, Harrison e Calkins (1875), defendiam que, no estudo da aritmética, o assunto mais importante era o das frações. E por se tratar de uma proposta para os professores ensinarem, ela vem apresentada com uma ordem graduada, visto que o caminho a ser percorrido na escola, por mais elementar que fosse, era bastante extenso e, portanto, precisava ser dividido e subdividido de acordo com certos princípios estabelecidos.

Para o ensino das frações, por exemplo, mesmo que os tópicos parecessem um ementário, as etapas para ensinar não perdiam de vista o diálogo com as práticas que os professores poderiam adotar durante as aulas. No manual, encontra-se: (a) duas formas previstas de ensinar a aritmética, uma chamada **Aritmética mental** e outra, **Aritmética escrita**, com pragmáticas para desenvolver tanto o raciocínio imediato do aluno, quanto

para avançar em níveis mais abstratos do pensamento; (b) algumas **Análises** – termo utilizado pelos autores – se mostra como uma possível articulação entre a matemática a ensinar e para ensinar, a segunda sempre mostrando como ensinar a primeira; (c) **Notas e Regras**⁴ que orientavam, respectivamente, sobre possíveis problemas a serem evitados durante o ensino e práticas para os alunos alcançarem a rapidez e a precisão (Kiddle, Harrison e Calkins, 1875).

Neste texto, trazemos extratos do item (b):

Quadro 1 – Conteúdos Programáticos para o Ensino de Frações

I.	<p>A ideia de uma fração desenvolvida objetivamente.</p> <p>A igualdade das partes deve ser cuidadosamente ilustrada.</p> <p>O valor relativo de várias partes fracionárias, como maior ou menor, como $1/3$, $1/5$, $1/20$, etc.</p> <p>A definição de uma fração. Uma ou mais partes iguais de uma unidade.</p> <p>Os termos de uma fração definidos e a sua ordem de declaração.</p> <p>A notação de frações e localização dos termos ou ordem de escrita.</p> <p>Exercícios de escrita e explicação das frações.</p> <p>Expressões fracionárias menores que uma unidade.</p> <p>Frações impróprias definidas e exemplos. Uma fração imprópria é aquela que é maior que uma unidade.</p> <p>Exercícios de escrita com frações próprias e impróprias.</p> <p style="text-align: right;">(p. 147)</p>
III.	<p>Transformação de frações com denominadores maiores – ou a termos superiores. (Em que metades, terços, etc., podem ser transformados em $4/5$'s). Ilustrar objetivamente.</p> <p>Exemplos de transformação de frações com denominadores maiores que podem ser prontamente encontradas por inspeção (observação imediata).</p> <p>Análise C. (p. 152). Comece com o axioma fundamental.</p> <p>Termo divisor ou fator, com exercícios encontrando, por única inspeção, um divisor comum ou fator comum. Definição a ser dada.</p> <p>NOTA: dificilmente se pode dar grande importância a este exercício de inspeção. A aplicação do princípio é indispensável em muitos dos exercícios aritméticos em todas as séries seguintes. Com o treinamento adequado, ele se tornará, dentro de limites razoáveis, um hábito mental fixo, que não requer esforço consciente.</p> <p>Redução de frações para termos mais baixos ou exemplos de denominadores menores – Análise D. (p. 152). Definição de “termos menores”.</p> <p>Exemplos para descobrir qual parte um número inteiro é de outro – exemplos correspondentes em tabelas.</p> <p style="text-align: right;">(p. 148)</p>

Fonte: elaborado pelas autoras segundo o manual *How to teach* (1875, p. 147, 148).

⁴ Quando os termos citados apresentarem inicial maiúscula, devemos entendê-los como reproduzidos da mesma forma que aparecem em *How to teach*.

No Tópico I, Kiddle, Harrison e Calkins **indicam o uso de ilustrações** para mobilizar a ideia de fração como partes iguais de uma unidade dividida; **exploram o conceito** de valor relativo e a própria definição de frações; **tratam da nomenclatura** e o significado de cada um dos termos da fração; **abordam os tipos de frações**, próprias e impróprias. Com essa sequência, pensamos que a intenção dos autores fosse de explorar certas definições com os alunos, garantindo que, por meio de “experiências dos outros” contidas em livros, obtivessem um repertório “mínimo” para que prosseguissem seus estudos. Assim, o aluno manipularia, produziria novas observações, classificaria e, ao fim, conforme o objetivo do professor, chegaria à generalização.

No Tópico III, fazem um encadeamento que aponta para o objeto a ensinar e a ferramenta a adotar. Exemplos: (i) objeto – transformação de frações com denominadores maiores; ferramenta – trabalhar por meio da inspeção (observação imediata); (ii) axioma fundamental; ferramenta – fazer Análise (C) e ter em conta a NOTA; (iii): redução de frações para termos mais baixos ou exemplos de denominadores menores; ferramenta – fazer a Análise D.

Esse modo de orientar o professor, combinado a uma sequência de “vai e vem” entre Conteúdos Programáticos e Análises, parece fornecer subsídios a uma forma de aprofundar a matemática a ensinar por meio de ferramentas de ensino, isto é, uma matemática para ensinar sendo mobilizada para ensinar a fração.

MATEMÁTICA “A” E “PARA” ENSINAR FRAÇÃO: algumas considerações

Neste estudo, inferimos que Calkins (1862, 1881, 1886) e Kiddle, Harrison e Calkins (1875), apresentaram orientações aos professores sobre a organização das lições para ensinar frações, pontuando, dentre outras recomendações, que ensinassem de sínteses para análises, do conhecido para o desconhecido. Além disso, há vestígios de que esses autores propuseram, também para o caso das frações, o ensino por meio de objetos, coisas, fatos, ilustrações, indo do mais simples ao mais complexo, partindo da unidade.

Brevemente, o estudo mostra que vários indícios podem ser atacados em um aprofundamento das obras, identificando, por exemplo, uma matemática **a e para** ensinar pela análise de uma **Aritmética mental e Aritmética escrita**; uma articulação entre

Conteúdos Programáticos e Análises e, por fim, a registros de **Notas e Regras**. Portanto, poderíamos dizer que Calkins e seus colaboradores produziram saberes para a docência e o ensino de frações.

REFERÊNCIAS

CALKINS, N. A. **Primary Object Lessons: For Training the Senses and Developing the Faculties of children.** 18 edition. New York: Harper & Brothers, 1872.

CALKINS, N. A. **Manual of object-teaching: with illustrative lessons in methods and the science of education.** New York: American Book Company, 1881.

CALKINS, N. A. **Primeiras Lições de coisas: manual de ensinamento elementar para uso dos paes e professores.** 40 ed. Tradução Ruy Barbosa de Oliveira. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1886.

DUARTE, A. R. S. Lições de Coisas na Instrução Pública do Estado de São Paulo: Saberes Aritméticos e Geométricos em Periódicos Educacionais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina-PR, v.11, n.1, p. 27-33, jan. 2018.

FERREIRA, J. S.; SANTOS, I. B. O Método Intuitivo em Sergipe: da prescrição a uma compreensão a partir de Calkins. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, on-line, v. 7, n. 1, p.178-193, 2017.

HOSFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação: a irresistível institucionalização do expert em educação (século XIX e XX). In: R. Hofstetter & W. R. Valente (Orgs.), **Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores** (p. 55-112). São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2017.

KIDDLE, A. M. H.; HARRISON, T. F.; CALKINS, N. A. **How to teach: a manual of methods for a graded course of instruction.** New York: J.W. Schermerhorn & Co, 1875.

MACIEL, V. B. **Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880-1920).** Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência), Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2019.

NASCIMENTO, J. L. S. **Uma caracterização sobre apropriação do método intuitivo de Calkins para saberes aritméticos do ensino primário em revistas pedagógicas brasileiras (1891-1931).** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática), Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2018.

OLIVEIRA, M. A. Pedagogia intuitiva da escola elementar de Pestalozzi: como se ensinava Aritmética? **Bolema**, on-line, 2017, vol. 31, n. 59, p.1005-1031, dez. 2017.

SANTOS, D. S.; SANTOS, I. B. Um exame do manual arithmetica primaria de Antônio Trajano: indícios do método intuitivo de Calkins. **Revista de História da Educação Matemática**, on-line, v. 5, n. 1, p. 117-131, 2019.



VALDEMARIN, V. T. Método intuitivo: os sentidos como janelas e portas que se abrem para um mundo interpretado. In: SOUZA, R. F.; Valdemarin, V. T.; Almeida, J. S. **O legado educacional do século XIX**. Araraquara: Faculdade de Ciências e Letras, 2014.

VALENTE, W. R. Que matemática para formar o futuro professor? História do saber profissional do professor que ensina matemática. Conferência. **Revista Exitus**, Santarém/PA, v. 9, n. 2, p. 15 – 25, abr./jun. 2019.

VALENTE, W. R. Processos de investigação histórica da constituição do saber profissional do professor que ensina matemática. **Revista Acta Scientiae**, Canoas/RS, v. 20, n. 3, p. 377-385, jul. 2018.

Palavras-chave: Matemática a e para ensinar fração; Método intuitivo; Calkins.

Rascunho