

A ÁLGEBRA PRESENTE NO LIVRO PSICOARITMÉTICA DE MARIA MONTESSORI

Autor 1¹

Autor 2²

INTRODUÇÃO

Maria Tecla Artemísia Montessori (1870-1952) é um dos principais nomes da Escola Nova³ em nível internacional. Tendo ouvintes e leitores de diferentes nacionalidades até os dias de hoje, destacou-se pela integração entre a medicina e a pedagogia, proporcionando aos educadores novas perspectivas sobre o ensino elementar à luz dos conhecimentos médicos da época (Rezende e Barausse, 2020).

Mais especificamente, Maria Montessori foi filha única de Alessandro Montessori e Renilde Stoppani. Formada em engenharia e medicina, ao longo de sua trajetória, desenvolveu interesse pelo estudo da educação infantil, especialmente das crianças consideradas “anormais⁴” para a época (Rezende, 2021).

Depois de tempos de estudos e pesquisas criou vários materiais didáticos, voltados para o ensino de Gramática, Geometria e Aritmética, entre eles o material dourado, presente em quase todas as escolas brasileiras atualmente (Alves e Mocrosky, 2024).

Montessori teve grande relevância no Brasil, especialmente devido aos materiais que criou. Um exemplo disso é a ampla presença do material dourado nas escolas brasileiras.

¹ Doutor em... pela Instituição (SIGLA). Professor na Instituição (SIGLA), cidade, estado, país. ORCID: <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: autor1@mail.com.

² Doutorando em /Mestre em/ Mestrando em/ Especialista em/ Graduando em/.... pela Instituição (SIGLA). Professor na/Afiliação na/Vinculo com/ Instituição (SIGLA), ORCID: <https://orcid.org/0000-0000-0000-0000>. E-mail: autor2@mail.com.

³ Escola nova, também conhecido como Escola Ativa ou Educação nova, foi um movimento de renovação pedagógica, voltado à discussão de técnicas e métodos de ensino com o aluno em foco, que aconteceu no Brasil nos anos de 1920 a 1960 impactado pelas publicações escolanovistas Europeias e progressistas Estadunidenses (Oliveira, 2013; Felisberto, 2019).

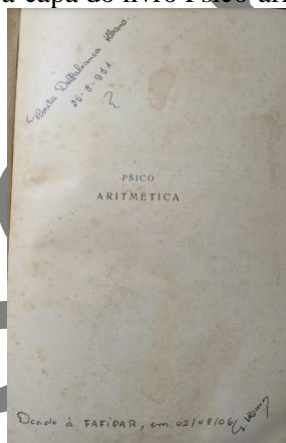
⁴ Crianças com deficiências cognitivas ou deficiências físicas internadas em clínicas psiquiátricas (Rezende, 2021), O termo caiu em desuso por ser considerado pejorativo e inadequado. Pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB - Lei nº 9.394/1996) o termo correto é "educandos com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento" segundo a redação dada pela Lei nº 12.796/2013 (Brasil, 1996).

Além disso, seu pensamento foi referência para Escola Ativa, movimento defendido no início do século XX (Rezende, 2017).

Outra referência importante para o ideário do Movimento da Escola Nova, além de Montessori, foi Ovide Decroly (Oliveira, 2013).

Dentre as obras publicadas por Maria Montessori e traduzidas para diversas línguas, uma delas, a Psicoaritmética, foi doada por Mariliza Simonete Portela⁵ no ano de 2023 ao Grupo de Pesquisa em História da educação matemática - Paraná (Ghemat-Pr) coordenado pela minha orientadora Barbara Winiarski Diesel Novaes. O livro foi publicado em 1934 pela Casa Editorial Araluce⁶, em Barcelona, foi a primeira versão dessa obra publicada em outro idioma que não fosse o Italiano. Na contracapa (figura 1) há o nome de “Lorita Dellabianca Abano” com a data de 25 de agosto de 1951 e também uma segunda escrita “Doado à FAFIPAR em 02 de agosto de 2006”.

Figura 1 - Contra-capa do livro Psico-aritmética (Montessori, 1934)



Fonte: Montessori (1934)

O livro Psicoaritmética possui 12 capítulos ilustrados com 300 figuras coloridas e é o resultado de 25 anos de pesquisa. A obra condensa métodos para o ensino da aritmética

⁵ Marilliza Simonetti Portela, vice-líder do GhematPr doou o livro ao grupo em função da sua aposentadoria da Unespar - Campus Paranaguá no ano de 2023. Antes da mudança do nome a Universidade se chamava FAFIPAR - Faculdade Estadual de Educação Ciências e Letras de Paranaguá.

⁶ No prefácio, Montessori agradece ao editor: “Sou profundamente grata ao editor, Sr. Araluce, que se encarregou da publicação destas obras: psicogeometria e psicoaritmética, fruto de um longo trabalho lentamente concluído em reclusão. Não foi fácil encontrar uma editora com coragem suficiente para se lançar no campo dos livros de escola elementar que vão além das convenções ortodoxas do ensino, e que colocam o desenvolvimento psíquico da criança acima das disciplinas escolares, e que são ao mesmo tempo livros que, pela precisão da reprodução e pela riqueza das ilustrações, excedem em muito o limite usual. Isso exigia uma pessoa convicta, capaz de impulsos generosos. Essa condição explica por que os únicos livros sobre psicogeometria e psicoaritmética aparecem pela primeira vez em espanhol” (Montessori, 1934, p. VII).

nos primeiros anos de escolarização, levando em consideração a psicologia infantil e suas etapas de desenvolvimento. Assim, contrapõe-se ao pensamento dominante da época, que via as crianças como mini-adultos (Rezende, 2021).

No Prefácio, Montessori (1934) argumenta que os fenômenos encontrados ao longo da experiência com o desenvolvimento da aritmética com um progresso mental e lógico ultrapassam os limites do ensino elementar e penetram no âmbito do ensino médio. E que, neste livro estão incluídos experimentos, acompanhados de materiais, obtidas por meio de brilhantes relações internas que associam álgebra, número e forma geométrica. Alerta que, destas materializações matemáticas que seriam de grande utilidade na compreensão da álgebra no ensino médio, aqui é feito um estudo rápido, pois exigem um tratamento especial. Ao estudar os fenômenos da natureza psicológica e relembrar o fato que os discípulos-mestres completaram suas observações com a descoberta de fórmulas algébricas e relações numéricas. Ainda segundo Montessori (1934, p. VII) isso é algo “semelhante” ao que fizeram nossos filhos, que, no entanto, operavam com problemas que sabiam resolver sozinhos e chegavam a resultados completamente ignorados por seus professores. Portanto, entramos em um caminho que não é apenas de aprendizado, mas também de desenvolvimento”.

Montessori, ao afirmar que mesmo nos primeiros anos de escolarização o pensamento da criança ao trabalhar aritmética extrapola para a álgebra por meio de observações e descobertas, nos chamou a atenção por ser um tema atual. O desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais está indicado nos documentos oficiais como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Tendo em vista isso podemos então discorrer sobre a álgebra presente no livro *Psicoaritmética*, foco dessa pesquisa, que começou a ser discutido a partir de meados do século XIX. Mais recentemente, com base nas pesquisas de Jean Piaget (1896-1980) (Arruda, 2011), há um aumento dessas discussões e surge o interesse pela categorização “pensamento algébrico”.

[...] pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais (Ponte, Branco e Matos, 2009, p. 9).

Sendo assim, atualmente, o ensino de álgebra nos primeiros anos de escolarização tem como objetivo a busca de padrões e regularidades. No Brasil tem-se movimentos favoráveis ao ensino de álgebra para anos iniciais em torno de 1957, como mostrado por Arruda (2011).

Porém, análises preliminares do livro *Psicoaritmética* mostram que Maria Montessori já afirmava que ao trabalhar com a aritmética o pensamento da criança extrapola os números e a álgebra acabava sendo introduzida naturalmente.

Os materiais didáticos no período de Escola Nova, eram voltados para o “papel da memória no cálculo e dos exercícios de repetição como forma de fixação para a aprendizagem de matemática” (Rezende, 2021, p. 67).

Rezende (2021) afirma que no Brasil a apropriação dos materiais montessorianos nesse período ocorreu de forma fragmentada sem conhecimento da teoria que estava presente por trás no material, trazendo então um ressignificado para eles no Brasil. Alves et al. (2022) elucida uma das características do pensamento de Montessori, de entrelaçar a geometria e a álgebra por meios da aritmética disposta em seus materiais e sequências de exercícios.

Dessa forma, acreditamos que uma pesquisa histórica sobre a álgebra presente no livro *Psicoaritmética* de Maria Montessori pode contribuir para área da Educação Matemática pois os materiais e até mesmo metodologias da autora estão presentes nas práticas pedagógicas até os dias atuais.

Sendo assim a pesquisa segue os pressupostos teórico-metodológicos a História Cultural e segue uma prática historiográfica com estatutos próprios da história (Pinto, 2014). O problema da pesquisa⁷ é: De que maneira a álgebra é abordada no livro *Psicoaritmética* de Maria Montessori e como se relaciona aos materiais didáticos propostos na obra para o ensino desse conteúdo?

A partir do problema de pesquisa o objetivo do trabalho é Caracterizar a álgebra presente no livro *Psicoaritmética* de Maria Montessori, relacionando-a aos materiais didáticos propostos para o ensino desse conteúdo na obra.

⁷ A presente pesquisa trata-se do Projeto de Conclusão de Curso aprovado na disciplina de mesmo nome em fevereiro de 2025 no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Toledo.

A relevância deste estudo reside na contribuição que oferece para o entendimento dos materiais montessorianos, fornecendo subsídios para metodologias que integrem práticas interativas e lúdicas ao ensino de temas complexos, beneficiando estudantes com diferentes estilos de aprendizagem.

REFERENCIAL TEÓRICO-METODOLÓGICO: primeiros passos

[...] história cultural, vertente concebida por Chartier (1990) como a história das práticas e das representações, uma história cujas características remetem a uma concepção de história enquanto representação e não cópia de um passado que, mesmo não existindo mais, deixou vestígios que poderão revelar usos (apropriações) que os sujeitos fizeram dos objetos culturais que lhes foram disponibilizados. (Pinto, 2014, p. 134)

Assim como definido por Pinto (2014, p. 128) “Na prática historiadora dessa modalidade historiográfica não há separação entre teoria e metodologia. A escolha das ferramentas históricas justifica, por si só, sua filiação metodológica a uma história cultural.”.

Sendo então uma prática investigativa que tem como conceitos principais a representação e apropriação, com objetivo de se elaborar um enredo estrutural para se indicar o que se pretende demonstrar (Pinto, 2014).

Como enfatizado anteriormente, o material trabalhado será o livro *Psicoaritmética*, publicado por Maria Montessori em 1934.

A edição analisada será a primeira edição em espanhol publicada pela editora Araluce, o livro conta com 399 páginas e 12 capítulos: Prefácio; I - Generalidades; II - As hierarquias; III - A divisão; IV - Exercícios com os números; V - Jogos sobre a multiplicação; **VI - Álgebra**; VII - Raiz quadrada; VIII - Raiz cúbica; IX - A raiz trinomial; X - Concretização; XI - Sistema métrico decimal; XII - Razões e proporções; Índice; A obra da Doutora Montessori. A obra:

[...] obedece a uma lógica que sai das convenções ortodoxas e coloca o desenvolvimento psíquico da criança acima das disciplinas escolares, que supera o limite usual pela sua reprodução e riqueza das ilustrações (cerca de 300 figuras coloridas) (Rezende, 2021, p. 102)

Sendo então o resultado de 25 anos de pesquisa de Montessori, e como analisado por Rezende (2021) há indícios de que a graduação do ensino proposta foi testada em cursos antecedentes à sua publicação, com o intuito de amenizar a intensidade da aritmética, e sendo escrito desde 1933, portanto o livro *Psicoaritmética* é resultado de estudos particular e dos cursos de formação e palestras que Montessori ministrou.

Os materiais didáticos são descritos como suporte didático-pedagógico (Rezende, 2019), porém “Na verdade, por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, de homem e de mundo; ou seja, existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica” (Fiorentini e Miorim, 1990, p. 6)

Como dito anteriormente os materiais na época eram voltados a repetição e memória porém Montessori “tinha por base a concepção de liberdade da criança, considerando as capacidades sensoriais, motoras e intelectuais” (Rezende, 2021, p. 123-124) e os materiais didáticos criados por Montessori vão além de suportes (Rezende, 2019).

No prefácio Montessori (1934), começa já discorrendo como a aritmética apresentada neste livro é um capítulo inédito na psicologia infantil. Assim como ela fala sobre a questão da aritmética ter a importância de desenvolver mentalmente a mente juvenil e ser uma cultura necessária e elementar, e de como isso não é alcançado nas escolas primárias, e sendo portanto considerada um obstáculo difícil e que exigia um esforço extremo.

Ainda no prefácio ela enfatiza que com o auxílio de materiais, que lhe ofereça de forma clara e evidente como é a construção do raciocínio, é possível não apenas facilitar a aprendizagem, mas também desenvolver uma profundidade lógica que se considera impossível alcançar nas crianças. Ela discorre ainda sobre como em 20 anos de experiências intensas e ininterruptas nenhum conteúdo entusiasmou tanto as crianças quanto a aritmética e nenhuma disciplina foi alcançada progressos tão surpreendentes como a matemática.

Montessori (1934) também ressalta a colaboração de Mario Montessori para que o livro contenha as experiências e não só o material. São disponibilizadas para crianças de 8 ou 9 anos as operações de extração das raízes cúbicas e quadradas de 3 ou 4 algarismos. Assim como a elaboração da quarta e quinta potência binômios e trinômios. Salienta que quer fazer um estudo dos fenômenos psicológicos, de como as crianças operaram com

problemas que sabiam resolver sozinhos e chegaram a resultados completamente ignorados pelos professores.

Esse livro também está disponível no Repositório de Conteúdo Digital⁸ - Ghemat Brasil⁹, obtido através de fotocópia realizada na Universidade de Murcia/ES, como descrito no acervo, mas também temos uma cópia física que circulou no estado do Paraná conforme citado na introdução.

Sendo assim a fonte privilegiada para o estudo se dá por esse manual pedagógico, a escolha se deve pois esse tipo de material por muito tempo foi o principal meio de transmissão de conhecimento e informações e são instâncias de produção e circulação dos saberes (Nierri, 2024).

Inicialmente será realizada uma revisão não sistemática da literatura buscando trabalhos que possuem a mesma temática da pesquisa, ou seja, Maria Montessori, saberes condensados em materiais didáticos, ensino de álgebra em perspectiva histórica.

Seguindo então pela análise do capítulo VI - Álgebra do livro *Psicoaritmética*. Para uma análise mais condizente iremos então analisar em conjunto a parte inicial do capítulo I - Generalidades e os demais capítulos que, mesmo sendo de aritmética, possuem relação com a álgebra.

Para isso então teremos em vista as questões de cultura escolar, que pode ser descrita como:

[...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização) (Julia, 2011, p. 10).

⁸ Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/191604>. Acessado em 28 de fevereiro de 2025.

⁹ GHEMAT Brasil – Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática no Brasil, fundado em 2018, é uma associação sem fins lucrativos, que congrega mais de vinte estados brasileiros, por meio de grupos de pesquisas alocados em diferentes programas de pós-graduação de diversas instituições de ensino superior. Seus pesquisadores enquadram-se nas categorias: pesquisador sênior, pesquisador assistente, pesquisador auxiliar, pesquisador voluntário e pesquisador júnior. Para mais informações acessar: <https://ghemat-brasil.com.br/home/> (Nierri, 2024, p. 7).

As apropriações, na qual temos como definição “práticas diferenciadas, com utilizações contrastadas” (Chartier; 1990, p. 26) e tendo então:

[...] por objectivo uma história social das interpretações, remetidas para as suas determinações fundamentais (que são sociais, institucionais, culturais) e inscritas nas práticas específicas que as produzem (Chartier, 1990, p. 26).

A representação, na qual podemos pensar “num sentido mais particular e historicamente mais determinado” (Chartier, 1990, p. 20), além das questões dos saberes a ensinar, “os saberes que são os objetos do seu trabalho” (Hofstetter e Schneuwly, 2017, p. 74-75) e saberes para ensinar, “os saberes que são as ferramentas do seu trabalho” (Hofstetter e Schneuwly, 2017, p. 75).

Portanto, para a análise dos materiais levaremos em conta que os materiais condensam saberes, assim como que Montessori “tinha por base a concepção de liberdade da criança, considerando as capacidades sensoriais, motoras e intelectuais” (Rezende, 2021, p. 123-124) e o entrelaçamento da geometria e álgebra por meios da aritmética na qual montessori caracterizava seus pensamentos. Assim como os conteúdos de álgebra propostos e as ferramentas utilizadas para o ensino.

Como próximas etapas da pesquisa iremos analisar os materiais didáticos propostos para o ensino de álgebra como os 1- *Bastones largos* - Bastões de comprimento 1 até 10; 2- *Bastoncillos de perlas* (Bastões de contas); 3 - *Cuadrado subdividido* - Um quadrado com áreas divididas, com papel colorido; 4- *Prismas* - Prismas construídos a partir de um prima inicial na qual teria os lados quadrados de 1 cm e conforme for criando outros esses lados quadrados crescem progressivamente 1 cm até atingir 10 cm; 5- *Cubos* - Pequenos cubos com 1 cm de arestas, que devido a limitações foram confeccionados em tábuas com quantidades suficientes de quadrados para montar a face de um cubo maior.

REFERÊNCIAS

ALVES, L.D. *et al.* Movimento de compreensão da alfabetização matemática na perspectiva de Montessori: uma abordagem para os processos de ensino da geometria.

Acta Scientiae. Canoas, v. 24, n. 8, p. 504-536, abr./dez. 2022. DOI: 10.17648/acta.scientiae.7160. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/7160>>. Acesso em: 14 fev. 2024.

ALVES, L. D.; MOCROSKY, L. F. Maria Montessori e o sistema de numeração decimal: o Material Dourado em foco. In: **Anais do XVII EPREM - Encontro Paranaense de Educação Matemática**, 2024.

ARRUDA, J. P. de. **Histórias e práticas de um ensino na escola primária**: marcas e movimentos da Matemática Moderna. 2011. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica), Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2011. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/94797>>. Acesso em: 21 nov. 2024.

BRASIL. Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, DF: Diário Oficial da União, 1996.

CHARTIER, R. **História Cultural**: entre práticas e representações. Tradução Maria Manuela Galhardo. Ed. Bertrand Brasil. Rio de Janeiro, RJ. 1990.

FELISBERTO, L. G. dos S. **A pedagogia da Escola Nova e a concepção de concreto**: o ensino dos saberes elementares matemáticos no Paraná (1920- 1960). 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Programa de Pós-graduação em Educação, Curitiba, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/222393>>. Acesso em 17 nov. 2024.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores. Hofstetter, R. & Wagner Rodrigues V. (Ed.). **Livraria de Física**. São Paulo, p. 113–172, 2017. Disponível em: <<https://archive-ouverte.unige.ch/unige:163527>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

JULIA, D. A. Cultura escolar como objeto histórico. **Revista Brasileira de História da Educação**. Campinas, n.1, p. 9-43, 2001. Disponível em: <<https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/39195>>. Acesso em: 05 dez. 2024.

MONTESSORI, Maria. **Psicoaritmética**. Barcelona: Araluce, 1934. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/191604>>. Acesso em: 17 nov. 2024.

NIERRI, A. M. **Uma matemática moderna do ensino de frações equivalentes, Paraná (1970-1980)**. 2024. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal Do Paraná, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas, Palotina, 2024. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/89966>>. Acesso em: 26 out. 2024.



OLIVEIRA, P. **Como ensinar matemática na Escola Ativa? As orientações para o professor primário contidas nos periódicos pedagógicos do período de 1930 a 1960.** 2013. T.C.C (Licenciatura em Pedagogia) – Universidade Federal de Santa Maria, Acadêmica do Curso de Graduação à Distância em Pedagogia, Agudo, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/114989>>. Acesso em: 17 nov. 2024.

PINTO, N. B. História das disciplinas escolares: reflexão sobre aspectos teórico-metodológicos de uma prática historiográfica. **Revista Diálogo Educacional**, [S. l.], v. 14, n. 41, p. 125–142, jan./abr 2014. DOI: <https://doi.org/10.7213/dialogo.educ.14.041.DS06>. Disponível em: <<https://periodicos.pucpr.br/dialogoeducacional/article/view/2293>>. Acesso em: 6 nov. 2024.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: <<https://repositorio.ulisboa.pt/handle/10451/7105>>. Acessado em: 6 nov. 2024.

REZENDE, A. M. S. de. **Maria Montessori e os materiais didáticos:** condensando saberes profissionais da docência em matemática (1900-1930). 2021. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal de São Paulo, Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Guarulhos, 2021. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/227665>>. Acesso em: 26 out. 2024.

REZENDE, A. M. S. de. Maria Montessori e as orientações para o ensino dos saberes matemáticos: o que dizem pesquisas brasileiras?. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 20–32, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/190648>>. Acesso em: 11 nov. 2024.

REZENDE, A. M. S. de; BARAUSSE, A. Maria Montessori e a formação de professores: o que dizem as fontes italianas?. **Revista de História da Educação Matemática**, [S. l.], v. 6, n. 3, 2020. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/218970>>. Acesso em: 26 out. 2024.

Palavras chave: Maria Montessori, Ensino de álgebra, Psicoaritmética