



“QUADRO DE CEM” e “QUANTO FALTA PARA CEM”: saberes *para* ensinar aritmética

Danilene Gullich Donin Berticelli ¹

Juliana Martendal Salla ²

RESUMO

Este texto analisa, na perspectiva da história cultural (Chartier, 1990) duas obras que possuem saberes comuns *para* ensinar matemática: o manual pedagógico “Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética” de Rizza de Araújo Porto, que circulou em 1965 e o livro “Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador” de Jo Boaler, datado de 2018. Ambos trazem orientações para professores sobre aspectos de como ensinar matemática, mobilizando saberes *para* ensinar. Analisamos as aproximações apresentadas por Porto (1965) na atividade “Quadro de Cem” e o “Quanto falta para cem” proposto por Boaler (2018). A análise mostra saberes semelhantes *para* ensinar aritmética em diferentes momentos. Observamos nas obras saberes que são mobilizados com a finalidade de levar o aluno a desenvolver o pensamento, compreender e dar sentido ao número e as relações entre eles, crescer e evoluir neste processo, buscando desenvolver a mentalidade matemática.

Palavras-chave: Saberes *para* ensinar; Quadro de Cem; Quanto falta para cem.

“HUNDRED FRAME” and “HOW MUCH FOR A HUNDRED”: Knowledge for teaching arithmetic

ABSTRACT

This text analyzes by the cultural history perspective (Chartier, 1990) two works that have common knowledge for teaching mathematics: the pedagogical manual “*Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética*” by Rizza de Araújo Porto, which circulated in 1965 and the book “*Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*” by Jo Boaler, dated 2018. Both provide guidance for teachers on aspects of how to teach mathematics, mobilizing knowledge for teaching. We analyze the approximations presented by Porto (1965) in the “Hundred frame” activity and the “How much for a hundred” proposed by Boaler (2018). The analysis shows similar knowledge for teaching arithmetic at different times. Knowledge that is mobilized in order to lead the student to develop thinking, to understand deeply and to make sense of the number and the relationships between them, to grow and evolve in this process, seeking to develop the mathematical mentality.

Keywords: Knowledge for teaching; Hundred frame; How much for a hundred.

“CIEN CUADROS” y “CUÁNTO POR CIEN”: conocimiento para enseñar aritmética

¹ Doutora em Educação pela PUC-PR. Docente na UFPR-Setor Palotina. Paraná, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3051-4750>. E-mail: danilene@ufpr.br

² Graduanda em Licenciatura em Ciências Exatas na UFPR-Setor Palotina. Paraná, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8567-3700>. E-mail: julianamsalla@gmail.com.



RESUMEN

Este texto analiza la perspectiva de la historia cultural (Chartier, 1990) de dos obras que tienen un conocimiento común para la enseñanza de las matemáticas: el manual pedagógico “*Ver, sentir e descobrir a aritmética*” de Rizza de Araújo Porto, que circuló en 1965 e el libro “*Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes através de matemáticas criativas, mensagens inspiradores e do ensino inovador*” por Jo Boaler, con fecha de 2018. Ambos brindan orientación a los maestros sobre aspectos de cómo enseñar matemáticas, movilizand o el conocimiento para enseñar. Analizamos las aproximaciones presentadas por Porto (1965) en la actividad “Cien cuadros” y el “Cuánto por cien” propuesto por Boaler (2018). El análisis muestra conocimientos similares para enseñar aritmética en diferentes momentos. Conocimiento que se moviliza con el propósito de llevar al alumno a desarrollar el pensamiento, a comprender profundamente y dar sentido al número y las relaciones

Palabras claves: Conocimiento para enseñar; Cien cuadros; Cuánto por cien.

INTRODUÇÃO

Os manuais pedagógicos foram, por muito tempo, considerados fonte de saberes *para ensinar* a Matemática, quando muitos professores tinham apenas o domínio dos saberes *a ensinar*, e a experiência decorrente da própria prática. No Brasil, no início do século XX as escolas contavam com uma carência de professores formados e preparados para o ofício da docência, com isso, muitos professores ensinavam com base nos seus conhecimentos e na sua própria experiência. Havia um entendimento da necessidade de investir em formação de professores, pois acreditava-se que "somente professores com a devida formação" (FRANÇA, 2015, p. 72) ajudariam a resolver os problemas de analfabetismo do país.

Entende-se que além do conhecimento sobre *o que* ensinar, é necessário saber *como* ensinar e para isso, os saberes *para ensinar*³ constituem um conjunto de elementos necessários para a prática docente. Valdemarin (2008) considera que alguns documentos serviam para instruir professores como um “guia”, com passos metódicos sobre o processo

³ A compreensão de saberes deu-se na perspectiva de Hofstetter e Schneuwly (2017). Para eles dois tipos de saberes são requeridos do professor: os saberes *a ensinar* e os saberes *para ensinar*. Os saberes *a ensinar* se referem ao objeto essencial do trabalho do professor que é o conhecimento sobre o conteúdo que ensina. Já os saberes *para ensinar* correspondem às ferramentas de trabalho que o professor utiliza para efetivar o ensino e, consequentemente, a aprendizagem. Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017), para além do conteúdo em si (saberes *a ensinar*) o professor mobiliza em sua prática profissional ferramentas de trabalho, como o conhecimento sobre o objeto de trabalho (fatores que envolvem o aluno, por exemplo), sobre as práticas de ensino (como métodos e procedimentos para ensinar) e sobre seu campo de atividade profissional (orientações administrativas, políticas, etc.).



de ensinar, com sugestões de atividades a serem desenvolvidas. Para ela, os manuais pedagógicos eram utilizados na busca de respostas às necessidades dos docentes em relação aos procedimentos e concepções relacionadas aos saberes *para* ensinar. Em geral eram obras direcionadas aos professores com saberes necessários ao seu ofício, trazendo metodologias e novas ideias para o ensino.

Algumas ideias presentes em diferentes manuais pedagógicos utilizados no século XX, possuem aproximações entre si e podemos perceber vestígios das mesmas até os dias atuais. Felisberto, Camara e Berticelli (2021) analisaram três manuais que circularam na primeira metade do século XX e constataram muitas aproximações. As autoras analisaram o manual "A nova metodologia de Aritmética" de Edward Lee Thorndike (1936), "Metodologia da Matemática" de Irene de Albuquerque (1951) e "Didática da Escola Nova", de Alfredo Miguel Aguayo (1952). As obras foram analisadas na perspectiva da História Cultural considerando os conceitos de representação (CHARTIER, 1990) e saberes profissionais dos professores (HOFSTETTER, SCHNEUWLY, 2017) com o intuito de apresentar saberes profissionais dos professores que foram vulgarizados por meio destes manuais didáticos acerca de como ensinar frações na escola primária no período da Escola Nova. A análise mostrou diversas convergências em relação ao ensino de frações, sendo que, podemos perceber diversos saberes presentes no ensino ainda nos dias atuais. Uma das questões pontuadas por Felisberto, Camara e Berticelli (2021) é a questão da graduação das dificuldades, buscando despertar o interesse dos estudantes, onde o ensino "deveria partir do simples para o mais complexo" (p. 19). Os autores dos manuais indicavam também o ensino de frações de "coisas" (p. 19) buscando relacionar com situações presentes no dia a dia. Percebemos a indicação do cálculo mental para a resolução de algumas operações com frações, uso de jogos, competições e outros meios de motivações no ensino de frações. De acordo com as autoras do estudo, foi possível perceber que os "saberes *a e para* ensinar frações perpassam por questões relacionadas à sua utilidade, ao significado deste conhecimento, à forma de ensino e à linguagem matemática adotada" (FELISBERTO, CAMARA e BERTICELLI, 2021, p.20). As autoras constataam que

[...] os manuais pedagógicos participaram da formação profissional do professor primário e foram instrumentos que fizeram circular representações sobre o ensino, contrastante ao que denominavam de 'métodos tradicionais'. Os manuais trouxeram princípios norteadores da modernização da educação no período, indicando as



novas exigências com relação aos saberes a e para ensinar frações, requeridos em tempos de Escola Nova (FELISBERTO, CAMARA e BERTICELLI, 2021, p. 20).

Os saberes verificados nestes manuais que circularam na primeira metade do século XX podem ser considerados e verificados em materiais nos dias atuais. Questões como a graduação da dificuldade, a aplicação e utilidade do conhecimento, a necessidade de despertar o interesse por meio de materiais manipuláveis, os jogos, o estímulo ao cálculo mental, são exemplos de saberes que ainda hoje fazem parte da matemática do ensino.

Neste artigo vamos analisar duas obras de diferentes momentos da história. A primeira obra é “Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética⁴” de Rizza de Araújo Porto⁵, datada de 1965 e a segunda, trata-se do livro “Mentalidades matemáticas⁶” de Jo Boaler⁷ datado de 2018. O contato com essas obras deu-se no âmbito do desenvolvimento de nossos trabalhos voltados ao cálculo mental. Olhando para o manual de Porto (1965) em busca de vestígios do cálculo mental naquele período e para o livro de Boaler (2018) em busca de fundamentação sobre como estimular e potencializar o desenvolvimento do pensamento matemático observamos saberes mobilizados por estas autoras, em diferentes momentos da história, em relação ao ensino de aritmética. Percebemos que Porto (1965) indicava uma atividade que tem traços semelhantes a uma atividade indicada por Boaler (2018). Tudo indica que ambas as atividades compõem o repertório de saberes mobilizados para ensinar aritmética em diferentes momentos.

⁴ O trabalho apresentado neste manual é baseado no material aconselhado por Foster E. Grossnickle, William Metzner, Francis A. Wade com adaptações às necessidades e possibilidades do sistema brasileiro.

⁵ A autora foi diretora do Ensino primário; cursou Administração Escolar no Instituto de Educação de Minas Gerais; Técnica de Didática de Aritmética do PABAEE (Programa de Assistência Brasileiro-Americana ao Ensino Elementar); professor de Didática e prática do ensino no curso de formação do Instituto de Educação de Minas Gerais; curso Educação Elementar na Universidade de Indiana (USA).

⁶ Este livro é considerado um importante guia de informações técnicas e atividades práticas que podem ser implementadas dentro e fora das salas de aula para tornar a aprendizagem da matemática mais agradável e acessível para todos os alunos. Nele, a autora aponta razões pelas quais a disciplina se tornou a grande vilã das experiências escolares dos estudantes, e, revela como professores, gestores e pais podem ser protagonistas e transformar suas ideias e experiências com a matemática ao desenvolver neles uma mentalidade de crescimento.

⁷ Jo Boaler é professora de educação matemática na *Stanford University*, é analista para testagem do Programa Institucional para Avaliação dos Alunos (PISA) na Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Foi professora Marie Curie de Educação Matemática na Inglaterra e ganhou o prêmio de melhor doutorado naquele país. Autora de diversos livros e inúmeros artigos de pesquisa. Recentemente criou um o site www.youcubed.org para prover a professores e pais os recursos e ideias que eles precisam para inspirar e estimular os estudantes em relação à matemática.



Porto (1965) inserida em um momento de Escola Nova com indícios da Matemática Moderna, onde a psicologia trazia novos sentidos ao ensino, buscava-se a ruptura do par simples/complexo para o par fácil/difícil, havia uma ânsia pela modernização da Matemática, os computadores começavam a entrar em cena, em um período marcado por revoluções curriculares; e Boaler (2018) inserida num contexto mais atual onde se busca uma formação pela ação, e para ser um bom professor não basta só saber matemática, mas ter posse de outros saberes para a formação, os saberes da docência.

Nesse sentido, olhando para o manual de Porto, nos propomos a identificar saberes *para* ensinar aritmética que permanecem no ensino ao longo do tempo, e que podem ser verificados na obra de Boaler (2018). Nosso olhar voltou-se para estes dois materiais em função de que encontramos saberes *para* ensinar que são comuns e que estão presentes em ambos, tanto no manual “Ver, sentir e descobrir a Aritmética” quanto nesta obra “Mentalidades Matemáticas” recomendada para professores para estimular o potencial dos estudantes por meio de uma matemática viva, criativa, buscando um ensino inspirador e motivador.

Conduzido na perspectiva da história cultural⁸ buscamos compreender o modo como, em diferentes lugares e momentos, a realidade social é construída, pensada, dada a ler (CHARTIER, 1990). Nosso estudo analisou um manual pedagógico utilizado em 1965 e observou saberes *para* ensinar aritmética presentes nos dias atuais na obra de 2018.

Rizza Porto, uma das autoras que constituiu nossa fonte documental, foi objeto de estudos de outros pesquisadores. Em 2016, a Revista da História da Educação Matemática publicou um texto de Batista (*et al*), que analisou a organização e as orientações dos conteúdos e da metodologia do manual “Vamos aprender Matemática”, em que Porto foi uma das autoras. Publicado no Acta Scientiae, em 2019, o texto “O Ensino de Aritmética no Curso de Formação de Professores e a Constituição de um *Expert* na Sistematização desse Saber em Tempos da Escola Nova (1950-1970)”, escrito por Denise Medina França e Edilene Simões Costa dos Santos, procurou evidenciar os processos de produção,

⁸ A perspectiva da história cultural para avaliar e compreender os diversos textos, vem de nossa participação no GHEMAT - Brasil, que é um Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática, onde pesquisadores das diferentes universidades brasileiras, vêm realizando projetos coletivos de pesquisa científica no âmbito da história da educação matemática. Além de interação com outros colegas da mesma área de estudo, podemos ter acesso aos materiais desenvolvidos pelos mesmos, o que enriquece o trabalho de todos



sistematização e objetivação de saberes matemáticos praticados pela professora Rizza de Araújo Porto em sua trajetória, buscando identificar a constituição de sua *expertise* nos cursos de formação de professores nos cursos Normais, em tempos da Escola Nova.

Villela (*et al*, 2016) apresenta um breve histórico sobre Rizza de Araújo Porto, considerando-a como uma *expert*⁹ no ensino de matemática dos primeiros anos escolares. Como integrante do PABAAE (Programa de Assistência Brasileiro-Americano ao Ensino Elementar) fez circular ideias por meio da publicação de textos sobre o ensino de Matemática, em especial destaca-se a obra "Ver, sentir e descobrir a aritmética". Segundo Villela (*et al*) a autora atentava para a importância dos materiais e atividades de experimentação e descobertas, observação ao nível de dificuldade e complexidade a ser utilizado pelas crianças no desenvolvimento de atividades, colocando a criança no centro do processo de ensino, levando-a a manipulação e experimentação, a descobertas, atendendo a um ensino baseado na compreensão com base nas ideias do escolanovismo.

O manual "Ver, sentir e descobrir a aritmética" circulou de 1959 até 1968, demonstrando grande abrangência e influenciando propostas curriculares da época, como do Rio Grande do Sul, Paraná e Distrito Federal (VILELLA *et al*, 2016). Possui 166 páginas, com diversas figuras para facilitar a aprendizagem da aritmética.

Porto (1965) tem como concepção a importância de levar a criança a penetrar nas ideias e quantidades numéricas por meio de representações tangíveis, levando-a para os símbolos mais abstratos, ou seja, do concreto para o abstrato. Valoriza o desenvolvimento do pensamento, em detrimento da memorização, pois o pensamento leva à descoberta de regras, cria o hábito de observação, do cuidado metucioso, do pensamento real (p. 11). Para ela a aprendizagem somente poderia acontecer quando a criança pudesse ver, sentir, manipular, descobrir, abstrair, levando o pensamento quantitativo a evoluir e efetuar operações, ou seja, ensinar um pouco de cada vez, graduando as dificuldades e atentando ao interesse do aluno.

⁹ Por *expert* entendemos aquele que se define por suas competências, não se definindo apenas por um saber, mas por um saber-fazer, ou ainda um saber-agir. É o sujeito que possui uma *expertise* que será convocada por uma demanda do Estado. De acordo com Morais (2019) os *experts* em educação são os sujeitos cujo posicionamento político se legitima por meio da produção de saberes, no atendimento a uma demanda social. Produzem novos saberes a partir de uma *expertise* inicial, saberes que serão consolidados e oficializados.



Na primeira parte da obra traz contribuições sobre a sala de aula, considerada um laboratório de aprendizagem com sugestões de materiais para uso em situações didáticas e diversas orientações para o professor de como utilizar o material e como ensinar a aritmética. Na segunda parte traz os conteúdos a ensinar e materiais que poderiam ser utilizados para ensinar os conteúdos. Na terceira parte traz exemplos de cartazes, a conclusão da obra e referências bibliográficas.

O livro de Boaler (2018) não se trata de um manual como o de Porto (1965), porém traz orientações para professores sobre o ensino da matemática e como torná-la mais agradável e acessível para todos os alunos. Propõe caminhos para mudar a visão negativa dos alunos quanto à matemática, de modo que consiga difundir suas ideias e mostrar que a matemática pode ser acessível para muitos. Por meio de resultados de experiências apresenta ferramentas e caminhos que podem auxiliar professores em sala de aula, aliando teoria e prática na busca de tornar a matemática envolvente e relevante.

SABERES PARA ENSINAR ARITMÉTICA – nas lentes de Porto (1965)

O manual “Ver, sentir e Descobrir a Aritmética”, escrito por Riza Araújo Porto, de 1965, traz orientações direcionadas para a professora primária¹⁰. Para a autora o sucesso em aritmética baseia-se na compreensão, no real sentido do conceito numérico, o que por sua vez depende do método e material de ensino empregado. A aprendizagem ocorre quando a criança vê, sente, manipula, descobre, abstrai, de modo que o pensamento matemático possa evoluir, e não fica somente num trabalho com símbolos abstratos, sem compreender a razão de aprender.

O manual é rico em orientações para o professor, abordando os conteúdos básicos de aritmética: adição, subtração, multiplicação, divisão, frações. No ensino destes conteúdos traz diversas situações práticas com objetos. Para a autora, uma professora habilidosa é aquela que sabe manipular diferentes objetos, com objetivos claros sobre a aprendizagem, buscando desenvolver a capacidade e o interesse da criança.

¹⁰ Segundo França (2015), o professor primário é aquele chamado professor polivalente, ou o que chamamos hoje, para o professor que trabalha com o Ensino Fundamental I.

Dentre as sugestões de materiais presentes no manual, destacamos o “Quadro de Cem”, um quadro de papelão de 0,50 m quadrados com uma moldura de madeira ou papelão. O quadro pode ser trabalhado com objetivos próprios, sendo que duas sugestões são indicadas:

Figura 1 – Quadro de Cem



Fonte: “Ver, sentir e descobrir a Aritmética” (PORTO, 1965, p. 85)

A autora indica: 1) cartaz para a contagem, com os números de 1 a 100, impressos dentro de um círculo; 2) cartaz dos produtos, onde estão dispostos os produtos até 10 x 10. Para desenvolver as atividades propostas, cem discos de papelão, com vários outros sobressalentes, acompanham este material, para serem manipulados e usados, para cobrirem os números impressos nos cartazes (p. 86).

Outros conteúdos podem ser abordados, geometria por meio de ângulos ou mesmo por meio do cálculo da área que está sendo estudada. Porém as finalidades principais do Quadro de Cem são: ensinar a contar até 100; ensinar e prover exercícios de fixação para todas as combinações de 10 x 10. Além disso, sua disposição em 10 filas e 10 discos indica a importância do número 10 no nosso sistema numérico e mostra que 10 dezenas são 100 unidades. “O arranjo dos discos em dezenas e unidades ao lado do Quadro mostra a relação sistemática entre a quantidade e o número, ou seja, entre o abstrato e o concreto” (p. 87).



Por meio do Quadro de Cem é possível desenvolver conceitos, operações, processo e relações que estão envolvidas nas frações decimais e porcentagem. O material pode ser empregado em jogos, competições individuais e de equipe, envolvendo habilidades aritméticas. Nota-se que o Quadro de Cem é um recurso mobilizado *para ensinar* determinados saberes, sendo que, dentre os *saberes a ensinar* utilizando este recurso, destaca-se: adição, subtração, multiplicação, divisão, frações, porcentagem, geometria.

O Quadro de Cem para contagem e para o produto

O Quadro de Cem era recomendado para contagem e para o produto. Na contagem a autora sugeria: contagem até 100, contagem ordinal, ideia do número em série, porcentagem. A contagem até 100 poderia ser feita no cartaz com todos os números expostos ou no lado em branco do Quadro de Cem.

Quando o cartaz de contagem, (de 1 até 100) está coberto pelos discos, a criança vê grupos de dezenas e unidades à proporção que conta os discos. Ela pode verificar a acuidade de sua contagem, levando o disco no lugar onde parou e lendo o número que estava coberto por este disco. [...] A criança, através de exercícios desta natureza, vê a relação entre a quantidade de discos e o símbolo usado para representar essa quantidade. A criança pode realmente ver que 3 filas de 10 discos e 6 discos são 36 (PORTO, 1965, p. 87).

A professora poderia ainda trabalhar a ideia de ângulos no papelão para limitar um determinado grupo de discos, buscando desta forma focalizar a atenção da criança em um determinado grupo de números. A contagem ordinal era indicada para a criança selecionar por exemplo o 7º, o 15º, o 34º, o 98º disco. A ideia do número em série trazia o conceito de sucessor ou antecessor, pois levava a criança a identificar o número que vem 1 ou 2 discos depois ou antes de um determinado disco. Ao utilizar este material a professora tinha ainda a oportunidade de guiar a criança na descoberta do sentido de porcentagem. Por exemplo:

A criança tem todo o cartaz de contagem coberto com os discos. Ela retira o 1º disco e vê que retirou um disco de 100 discos. Retira outro disco: 2 discos de 100 discos. Agora vai tirar 10 discos. São 10 discos retirados de 100. Através de vários exercícios desta natureza, a criança penetra no real sentido do que seja a porcentagem e não terá dificuldade em receber a expressão “por cento”. Aprende que 2% significa 2 (discos) retirados de 100 (discos); que 10% são 10 (discos) retirados de 100 (discos) (PORTO, 1965, p. 88).



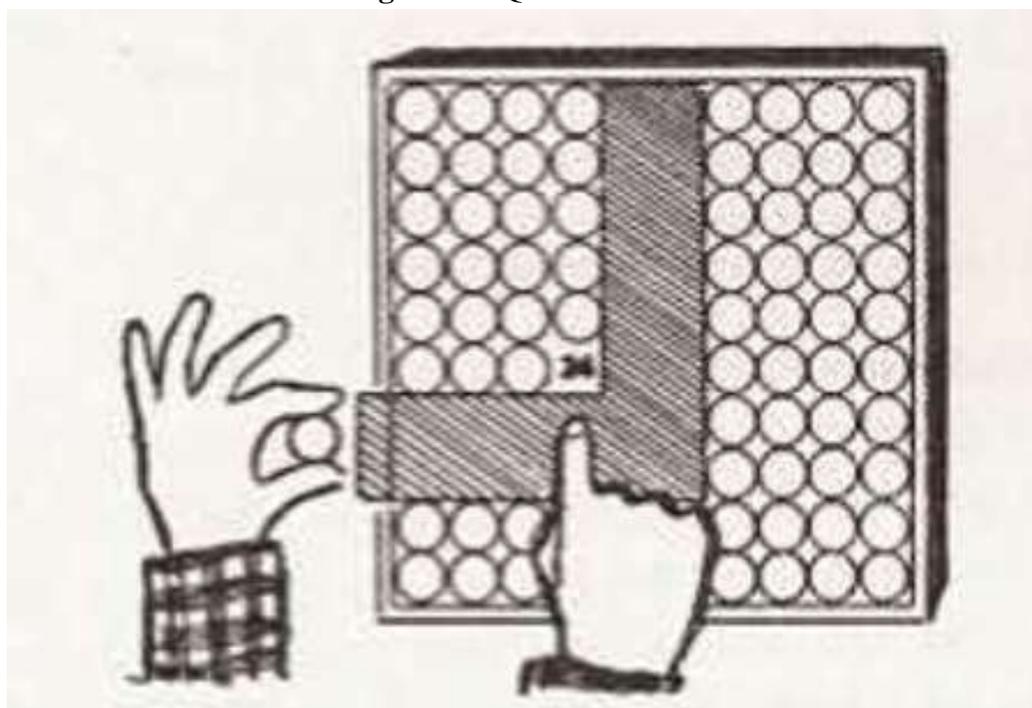
Com esse raciocínio a criança poderá redescobrir (ALBUQUERQUE, 1951) outras regras por si mesma relativa à porcentagem. Supondo, por exemplo, que a professora tenha 3 Quadros de Cem e pede que a criança retire 2% (ou seja 2 discos) de cada Quadro de Cem. É possível que ela faça o seguinte raciocínio:

Eu tenho 2 discos retirados desta primeira centena; tenho mais 2 discos retirados desta 2ª centena; tenho mais 2 discos retirados da 3ª centena. Eu tenho $2 + 2 + 2 = 6$ discos, ou 2 discos três vezes (PORTO, 1965, p. 88).

A repetição de exercícios semelhantes a estes, leva a criança a redescobrir que para encontrar a porcentagem, basta multiplicar o número que eu retiro pelo número de centenas que eu tenho. Albuquerque (1951) já tecia considerações sobre a repetição e a redescoberta. Para ela o ensino apela muito para a memória, e o pensamento progride quando passamos a compreender e ter memórias, que são resultados de uso, pois aprendemos pelo uso, aprendemos porque ouvimos várias vezes, aprendemos porque fizemos várias vezes. As memórias nos levam a redescobrir outros conceitos, outras regras. Quanto à redescoberta, Albuquerque (1951) recomendava que o professor proporcionasse este prazer à criança, pois quando ela fosse capaz de descobrir uma regra e chegar a enunciá-la, essa regra estaria aprendida para sempre. Para Albuquerque (1951) a “redescoberta” estava em sintonia com o modo de “ver, sentir agir e pensar”, mesma ideia de Porto (1965), pois ao dar o saber pronto o professor estaria negando o êxito da própria criança, levando-a ao esquecimento deste saber que nem sequer aprendeu.

Porto sugere também a utilização do Quadro de Cem para ensinar o produto. O material pode ser um “auxiliar excelente para os exercícios de fixação” (PORTO, 1965, p. 89) depois que a professora já tenha realizado um intenso trabalho ensinando o conceito e levando a criança à compreensão da multiplicação. A autora sugeria que a professor utilizasse o ângulo de papelão para facilitar a atenção da criança no fato fundamental que deseja trabalhar. Pode utilizar os discos para cobrir os números. Desta forma, a professora limita, com o ângulo, o espaço que mostra o produto 6×4 . A criança observa no Quadro de Cem que há 6 filas de 4 discos em cada e, levantando o disco que se localiza no ângulo, verá o número 24. A criança pode redescobrir nesta situação que 6×4 é igual a 4×6 .

Figura 2 – Quadro de Cem



Fonte: “Ver, sentir e descobrir a Aritmética” (PORTO, 1965, p. 80)

O Quadro de cem pode ser utilizado ainda para compreensão da relação entre a quantidade e o número. As repetidas experiências em identificar o número, sob determinado disco, provê um bom exercício para a fixação dos fatos e desenvolve a compreensão da quantidade em multiplicação e sua relação com o símbolo abstrato (PORTO, 1965), o que leva a produção de memórias sobre os fatos.

A divisão poderia ser explorada utilizando-se o Quadro de Cem, levando a criança à compreensão quando o pensamento fosse explorado com perguntas como “Quantos grupos de três eu tenho em 15? Em 21? Em 27?” (PORTO, 1965, p. 89). Observa-se mais uma vez uma aproximação entre o pensamento de Porto (1965) e Albuquerque (1951), em relação à questão da linguagem utilizada na pergunta (ALBUQUERQUE, 1951). A linguagem matemática, segundo Albuquerque, é fundamental no processo de aprendizagem da matemática. Para ela, comunicar corretamente a operação é fator que facilita o processo. Por exemplo: Pedir ao aluno “Quantos sextos há em $\frac{1}{3}$ ” leva a melhor compreensão do que “dê a fração $\frac{1}{3}$ o denominador 6” (ALBUQUERQUE, 1951, p. 138). A segunda frase fica completamente no contexto abstrato, parece sem significado, enquanto a primeira tem mais sentido, pois leva o aluno a compreender que é necessário dividir o número $\frac{1}{3}$ em seis partes.



Porto sugere o jogo como uma forma de utilidade do material. Um ou mais alunos poderiam selecionar um disco e outro aluno deveria dizer o número sob este disco. O Quadro de cem poderia ter um lado com os números desenhados e outro lado branco, sem números, e neste os discos poderiam ser utilizados para ilustrar todo o conceito, o fato, processo ou relação envolvido nos números inteiros de 1 até 100. No tabuleiro branco era indicado o trabalho com: 1) Contagem até 100; 2) Agrupamentos variados; 3) Contagem ordinal; 4) Fatos fundamentais da adição e subtração; 5) Fatos fundamentais da multiplicação e divisão; 6) Relação entre as 4 operações; 7) Frações decimais.

Outros autores já fizeram sugestões sobre a utilidade do jogo como ferramenta didática, que pode ser entendido como uma forma de treinar os conteúdos. Porém, deve-se considerar que o jogo, para obter a efetividade esperada, deve ser bem planejado, com um objetivo didático e clareza em relação ao que se espera. Pode ser usado para fixar ou treinar uma aprendizagem, sendo que oferece uma característica importante, que é a motivação, pois tem um objetivo lúdico por trás. Albuquerque (1951) recomendava que o objetivo do jogo deveria ser bem definido, treinando apenas uma noção de cada vez, por exemplo: “adição sem reservas; cálculo de áreas do retângulo e do quadrado; conversão de frações ordinárias, etc.” (ALBUQUERQUE, 1951, p. 36), permitindo o treinamento de questões ou assuntos sem levar o aluno ao cansaço.

No Quadro de Cem, com relação às frações decimais, a sugestão era:

A professora cobre o lado em branco com 100 discos. Desta forma o Quadro de Cem torna-se uma unidade; uma fila de 10 discos será um décimo do quadrado; um disco apenas será um centésimo. Uma fração decimal como 0,27 pode ser mostrada colocando-se 2 filas (de 10 discos) e 7 discos em outra cor, pedindo-se, em seguida, à criança para ler a fração (PORTO, 1965, p. 90).

Para Porto (1965) a professora habilidosa era aquela que conseguia manipular diferentes objetos e ferramentas para obter êxito no ensino, ou seja, era aquela que tinha domínio de saberes *para* ensinar matemática. Em seu manual apresenta diversos saberes *para* ensinar matemática, sendo que o Quadro de Cem é considerado uma ferramenta, um objeto que pode ser utilizado para explorar diversos conteúdos, partindo do simples para o mais complexo, na busca da efetivação da aprendizagem.



Nossos estudos e pesquisas têm como principal objeto o cálculo mental. Berticelli (2017) buscou compreender as finalidades do ensino de cálculo mental no ensino primário no período de 1950-1970, e mostrou que este era compreendido como uma ferramenta pedagógica no ensino de aritmética. Em nossas pesquisas sobre este tema, olhamos para materiais didáticos, programas de ensino, documentos oficiais no período pós 1970 e buscamos desenvolver ações para aprimorar o cálculo mental nos anos iniciais por meio de projetos de pesquisa e extensão. Nesta busca encontramos materiais que trazem propostas semelhantes ao que Porto indicava em 1965.

No livro "Mentalidades Matemáticas" de Boaler (2018), analisando o capítulo que trata da criação da mentalidade matemática, abordando a importância da flexibilidade com os números, encontramos aproximações com o pensamento de Porto (1965). Boaler traz o conceito de "mentalidades matemáticas"

Quando os alunos veem a matemática como uma série de perguntas curtas, eles não conseguem enxergar o papel dela para o próprio crescimento e para a aprendizagem. Eles pensam que a matemática é um conjunto fixo de métodos que eles entendem ou não. Quando os estudantes encaram a matemática como uma ampla paisagem de enigmas inexplorados na qual eles podem perambular, fazendo perguntas e pensando sobre relações, eles compreendem que seu papel é pensar, dar sentido e crescer. Quando os estudantes veem a matemática como um conjunto de ideias e relações e seu papel como o de pensar sobre as ideias, e dar um sentido para elas, eles desenvolvem uma mentalidade matemática (BOALER, 2018, p. 32).

Segundo a autora, precisamos inculcar essa 'mentalidade matemática' nas crianças desde as suas primeiras experiências com esta disciplina. Ao passo que desenvolvemos essa mentalidade podemos ajudar a diminuir o fracasso em matemática. Nessa discussão, Boaler traz exemplos¹¹ que podem favorecer ou não o desenvolvimento de mentalidades matemáticas. O primeiro está ligado ao "senso numérico" e o segundo aos "fatos numéricos".

Os alunos que apresentam melhores rendimentos em matemática, conseguem explorar o 'senso numérico', que lhes permite interagir com os números de forma flexível e conceitual. Já os alunos com baixos rendimentos em matemática não conseguem explorar o senso numérico e as operações resumem-se a métodos-padrões, ou ao uso do algoritmo por si só.

¹¹ Esses exemplos são resultados de pesquisas desenvolvidas com alunos britânicos, de 13 anos de idade, indicados pelos professores como alunos de baixo, médio e alto rendimento em matemática.



Por exemplo, quando tinham um problema como 21-6, os alunos de alto rendimento tornavam o problema mais fácil mudando os números para 20-5, mas os alunos de baixo rendimento contavam regressivamente, partindo do 21 e contando para baixo, o que é difícil de fazer e propenso ao erro (BOALER, 2018, p. 33).

O que a autora nos diz é que alguns alunos não são levados a desenvolver essa flexibilidade diante das operações e com isso não desenvolvem o senso numérico. Eles utilizam procedimentos formais (alguns chegam a resolver uma operação como essa de forma armada, um número abaixo do outro), mesmo quando isso não faz sentido e torna a operação mais difícil. O que eles fizeram foi uma memorização de fatos e métodos ao invés de interagir com os números.

Uma mentalidade matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento de matemática, na qual os estudantes vêem seu papel como o de compreensão e busca de sentido. O senso numérico ilustra uma compreensão profunda de matemática, mas ele se dá por meio de uma mentalidade matemática focada em dar sentido a números e quantidades. (BOALER, 2018, p.33)

O cálculo mental é entendido por nós como uma forma de levar os alunos a interagirem com os números, buscar a flexibilização e desenvolver o senso numérico, pois por meio do cálculo mental, o aluno pode escolher o caminho para resolver a operação, ele tem autonomia para isso. Então a subtração 21 - 6 pode ser feita da forma 20-5 pois o aluno compreendeu a operação. Da mesma forma, a operação 16 + 17 pode ser resolvida mentalmente como 16+16+1 ou 17+17-1 ou 16+4+13, ou seja, o aluno aciona as memórias em relação aos fatos matemáticos pois tem consciência do senso numérico. Ele sabe interagir com os números de forma flexível.

As memórias têm a ver com "fatos matemáticos" apresentados por Boaler. Os fatos matemáticos são aqueles que devem ser memorizados (p. ex., $8 \times 4 = 32$).

Existem alguns fatos matemáticos que é bom memorizar, mas os estudantes podem aprender fatos matemáticos e fixá-los na memória por meio do engajamento conceitual com a matemática (BOALER, 2018, p. 25).

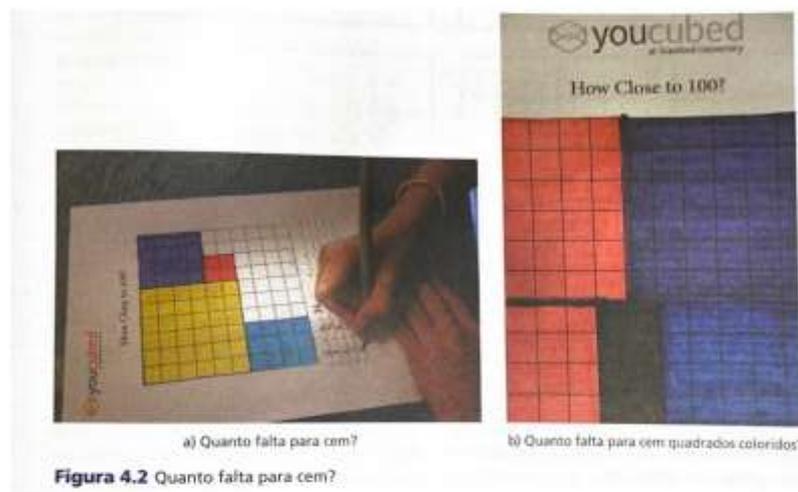
Não se trata de aprender a memorizar por meio da prática mecânica e por treinos de rapidez e de forma isolada. Trata-se de aprender com a compreensão profunda dos números e do modo como eles se relacionam uns com os outros (BOALER, 2018). Segundo a autora, para desenvolver senso numérico é necessário termos apreendido os fatos matemáticos, ou seja, criarmos memórias, que nos levam a flexibilizar as operações. Por exemplo: $28+5=33$

pode ser resolvido de diversas formas diferentes, acionando as memórias: $20+8+5$ porque eu tenho prontamente que $8+5$ é treze e, então, $20+13=33$. Ou ainda, utilizando a decomposição, $28+2+3$ porque eu tenho na memória que $2+3$ é cinco e usar esse caminho facilita ao somar $28+2=30$ e posteriormente somar $30+3=33$ pois aciona outra memória, a de completar dezenas. O que leva o aluno a traçar diferentes caminhos é o desenvolvimento do senso numérico associado aos fatos matemáticos. Boaler (2018, p.33), complementa que “o senso numérico ilustra uma compreensão profunda de matemática, mas ele se dá por meio de uma mentalidade focada em dar sentido aos números e quantidades.”

E o cálculo mental é uma excelente ferramenta para desenvolver o senso numérico e criar fatos numéricos, levando o estudante a desenvolver a mentalidade matemática. Como Boaler (2018) acreditamos que “(...) os estudantes aprendem matemática mental, tendo oportunidades para memorizar fatos matemáticos e também desenvolvem uma compreensão conceitual de números e de propriedades aritméticas, que são essenciais para o êxito em álgebra e outras áreas” (p.44).

Neste mesmo capítulo, Boaler (2018) sugere o uso de jogos, com base em resultados de pesquisas realizadas com estudantes. Tem a ver com a forma em que o cérebro se desenvolve diante da memorização de fatos ou da realização de operações por meio da flexibilização. Segundo ela, a aprendizagem por meio de estratégias é mais eficiente do que a aprendizagem por memorização. Novamente apontamos o cálculo mental como ferramenta para o desenvolvimento de estratégias. O jogo é uma ferramenta que pode contribuir para o desenvolvimento de conexões cerebrais desenvolvendo as mentalidades matemáticas. O jogo chama-se "Quanto falta para cem?" e é composto de uma grade, com cem espaços em branco.

Figura 3 - Quanto falta para cem?"



Fonte: Mentalidades Matemáticas (BOALER, 2018, p. 37)

Quanto à dinâmica do jogo

O jogo é disputado entre parceiros. Cada criança tem uma grade, com cem espaços em branco. A primeira lança dois dados numéricos. Os números que resultam são as dimensões que a criança usa para pintar um retângulo em sua grade. Ela pode colocar o retângulo em qualquer lugar na grade, mas o objetivo é preenchê-lo o máximo possível. Depois que o jogador desenha o retângulo em sua grade, ele escreve a sentença numérica que o descreve, o jogo termina quando ambos os jogadores rolam os dados e não podem colocar mais retângulos na grade (BOALER, 2018, p. 37).

A autora explica quais fatos numéricos os alunos estão aprendendo nesse jogo, por exemplo 2×12 . Ressalta que há algo muito mais importante que eles estão fazendo, eles estão "pensando sobre o significado dos fatos numéricos" (BOALER, 2018, p. 37) pois conseguem perceber o que representa 2×12 visualmente e espacialmente.

O jogo apresentado permite explorar o senso numérico e a mentalidade matemática pensando nas relações entre os números desenvolvendo e ampliando cada vez mais o seu potencial. Pode ser considerado uma ferramenta para explorar saberes *para* ensinar matemática. Quanto maior a rede de relações numéricas que o aluno desenvolve, mais compreensão ele terá das operações. Segundo a autora ainda “essas atividades ensinam senso numérico e mentalidade matemática” (BOALER, 2018, p.38).

CONSIDERAÇÕES

Mais de meio século separam os estudos de Porto (1965) e Boaler (2018). Ao analisar as obras das autoras citadas, percebemos que, o que Porto apresentava como método inovador, Boaler caracteriza como forma de desenvolver mentalidades matemáticas na contemporaneidade.

A obra de Porto (1965), considerada um ensino moderno de aritmética, dá ênfase à compreensão, às relações, aos conceitos que são sensíveis, ao descobrimento da verdade aritmética pela criança e introdução do símbolo abstrato como um registro de experiências que já viveu. No processo de ensino considera cuidadosamente, o bem-estar emocional, tanto quanto o crescimento na habilidade de produzir o pensamento quantitativo. Neste sentido considera que a satisfação que a criança sente em resolver um problema com sucesso, o sentimento de autoconfiança com o qual ela, conseqüentemente, enfrenta outros problemas, é mais importante que a própria solução do problema.

Boaler (2018) apresenta uma proposta que busca desenvolver a mentalidade matemática numa perspectiva de levar o estudante a ter o desejo de compreender, de pensar sobre a matemática, com confiança, buscando o sentido da mesma, levando-o a ter sucesso com a mesma.

Porto (1965) considerava a contagem como sendo o aspecto fundamental da Aritmética. Preocupava-se com a graduação dos conteúdos, sugerindo que a contagem deveria anteceder as operações, pois era necessário primeiro a criança compreender a contagem para em seguida iniciar a soma ou subtração. Para ela, é por meio da contagem que as crianças conseguem usar os números de forma inteligente e usá-los no contexto social.

Porto (1965) assim como Boaler (2018) valorizam o desenvolvimento do pensamento em detrimento da memorização. Para a segunda, uma mentalidade matemática reflete uma abordagem ativa do conhecimento de matemática em que os estudantes buscam a compreensão profunda e o sentido da matemática. Não se trata de memorizar, trata-se de criar memórias ativas com compreensão do número. Para a primeira trata-se de desenvolver o pensamento e levar o aluno à descoberta, estabelecendo relações entre os números.

Porto (1965) indicava o ensino que levasse à descoberta de regras, pois isso desenvolvia o hábito de observação, do cuidado meticuloso e do pensamento real. Boaler (2018) indica o desenvolvimento do senso numérico, sendo que este ilustra uma



compreensão profunda de matemática, e se dá por meio de uma mentalidade matemática focada em dar sentido a números e quantidades. O senso numérico permite descobrir novas regras, permite uma aprendizagem pela via do ver, sentir, manipular, descobrir, abstrair, levando o pensamento quantitativo a evoluir e efetuar operações, como sugeria Porto (1965).

Porto (1965) indicava o ensino graduando as dificuldades atentando ao interesse do aluno. Boaler (2018) indica que os métodos e conceitos matemáticos iniciem pela contagem. A contagem leva a compreensão do conceito do número. Continuar contando leva à compreensão do conceito de soma. Realizar somas repetidas usando o senso numérico leva à compreensão do conceito de produto e assim sucessivamente, num processo gradual de dificuldade, onde o aluno compreende o conceito e isso o leva a produzir fatos matemáticos. Compreender o conceito, no real sentido numérico, também estava nas ideias pedagógicas de Porto (1965). Não se trata de abordar um processo de contagem mecanizado e sim, de pensar, dar sentido, evoluir no processo de contagem, num conjunto de ideias e de relação entre os números.

O “Quadro de Cem” e “Quanto falta para cem” têm muitas características em comum. O que Porto (1965) indicava como “perceber que três filas de dez discos mais seis discos é igual a trinta e seis” é o que Boaler (2018) indica hoje como desenvolver o senso numérico. O que Porto (1965) indicava como utilizar o trabalho com ângulos para perceber a multiplicação é o que Boaler (2018) sugere que seja feito no “Quanto falta para cem”. Sugere ainda essa rede de relações entre os números, que também era indicada por Porto (1965) quando buscava levar o aluno a desenvolver o pensamento, compreender a razão, visualizar a quantidade de números no Quadro de Cem.

As atividades sugeridas pelas autoras podem ser consideradas como recursos ou ferramentas utilizadas em diferentes épocas como o objetivo de desenvolver o pensamento matemático de ontem, e a mentalidade matemática de hoje. São considerados recursos que buscam proporcionar aos estudantes situações interessantes que os levem a encontrar o sentido, de modo que passem a ver a matemática, não como algo fixo e fechado, mas como algo vivo, aberto, que possa ser explorado, fazendo perguntas e especialmente construindo relações.

O que Porto (1965) recomendava para o ensino de contagem e produto por meio do Quadro de Cem, com uma proposta de descoberta, de compreensão do conceito dos números,



permitindo ver, sentir, manipular, abstrair, de modo que o pensamento possa evoluir, Boaler (2018) indica como uma forma de desenvolver a mentalidade matemática, por meio do desenvolvimento de senso numérico, que permite a flexibilidade e autonomia, associado a construção dos fatos numéricos, aqueles que são fixados na memória por meio do engajamento conceitual com a matemática. Para Boaler, (2018) desenvolver mentalidades matemáticas por meio do pensamento, do sentido e da conexão de ideias, é um dos melhores benefícios que podemos fornecer aos estudantes. Levá-los a compreender e não memorizar métodos é o caminho para o crescimento e fortalecimento do pensamento matemático.

Estes materiais podem ser considerados no conjunto dos saberes *para ensinar* matemática. Não necessariamente os jogos por si só, mas os conceitos que eram e são trabalhados por meio deles. Conceitos estes, que poderiam e podem ser explorados com facilidade por meio do cálculo mental, pois por esta via conseguimos entender como o estudante pensa, como constrói essas relações entre os números, como desenvolve o senso numérico, os fatos matemáticos e, especialmente, como desenvolve sua mentalidade matemática.

A escola passa por muitas mudanças e com ela os saberes *para ensinar* matemática. Porém muitos saberes permanecem, mostrando que o moderno de ontem pode se modernizar e ser útil ainda hoje. O que ocorre é que esses saberes vão se adaptando a realidade na qual estão inseridos, e muitas vezes são entendidos com nomes diferentes. A finalidade é a mesma: desenvolver ao máximo o pensamento matemático, ou a mentalidade matemática.

REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, I de. **Metodologia da Matemática**. Conquista: Rio de Janeiro, 1951. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134314>.

BATISTA, C. O.; SANTOS, E. S. C. dos; CARVALHO, R. P. F. de C.; SOUZA, M. M de. Um olhar atento ao manual didático “Vamos aprender Matemática: guia do professor – preliminar. **HISTEMAT** - Ano 2, N.1, 2016. Disponível em: <http://www.histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/59>.

BERTICELLI, D. G. D. **Cálculo Mental no Ensino Primário: um olhar particular para o Paraná (1950-1970)**. (Tese) Programa de pós-graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>



BOALER, J. Mentalidades matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno. - Porto Alegre: Penso, 2018.

CHARTIER, R. A história cultural: entre práticas e representações. Tradução: Manuela Galhardo. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil. 1990.

FELISBERTO, L. G. S; CAMARA, A., BERTICELLI, D. G. D. O ensino de frações em tempos de escola nova: saberes profissionais vulgarizados nos manuais didáticos. In: **HISTEMAT**. v. 7, 2021. Disponível em: <http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/386/298>

FRANÇA, D. M.; SANTOS, E. S. C. dos; O Ensino de Aritmética no Curso de Formação de Professores e a Constituição de um *Expert* na Sistematização desse Saber em Tempos da Escola Nova (1950-1970). Vol. 21, N.Especial, p.27-42. **Acta Scientiae**: Canoas, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/204961>.

FRANÇA, I. da S. **Do Ginásio para as Escolas Normais: As mudanças na Formação Matemática de Professores do Paraná (1920-1936).** (Tese) Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160175>

HOFSTETTER, R. & SHNEUWLY, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: R. Hofstetter & W.R. Valente (Org.). **Saberes em (trans) formação: tema central a formação de professores** (pp. 113-172, 1 ed.). São Paulo: Editora da Física.

MORAIS, R. S. "Intelectual? Não", expert. **Acta Scientiae**. Canoas, vol 21. N. Especial. p. 3-12, Mai/Jun, 2019. disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/231305103.pdf>

PORTO, R. de A. **Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética.** Editora Nacional de Direito: Rio de Janeiro, 1965. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134151>

VALDEMARIN, V. T. Material didático para uso de professores: mudanças e permanências nas prescrições para a prática pedagógica. **Revista Brasileira de História da Educação** n° 17. Mai /ago. 2008. P. 13-39

VILLELA, L. M. A. (et al). Os experts dos Primeiros Anos Escolares: a construção de um corpo de especialistas no ensino de Matemática. IN: PINTO, N. B.; VALENTE, W. R., (orgs). **Saberes matemáticos em circulação no Brasil: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas, 189-1970.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.