



## **O “SEGUIR REGRAS” DE WITTGENSTEIN: uma análise a partir da construção gráfica de funções afim**

Tatiana Lopes de Miranda<sup>1</sup>

### **RESUMO**

Analisaremos as construções gráficas de funções afim para mostrar a relevância de seguir regras em matemática, no sentido proposto por Wittgenstein (2017). O tema emergiu no ensino de função: Quais as causas dos erros na construção gráfica de uma função? O pressuposto teórico escolhido é a ideia de seguir regras que aparece na obra *Investigações Filosóficas* escrita por Wittgenstein. Com o objetivo de entender o processo de aprendizagem sobre as construções gráficas, optamos pela pesquisa qualitativa. Verificamos os gráficos elaborados por discentes do 9º ano do Ensino Fundamental. Resultados iniciais apontaram que a norma matemática “dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém” é essencial, contudo, apesar de entenderem a necessidade de obtenção de dois pontos, os alunos não sabem como encontrá-los, sendo necessário “mostrar as regras” para predispor o aluno a ver a reta em um eixo cartesiano como o gráfico de uma função afim.

**Palavras-chave:** Wittgenstein; Construção Gráfica; Função Afim.

### **WITTGENSTEIN'S “FOLLOW RULES”: an analysis based on the graphical construction of linear functions**

#### **ABSTRACT**

We will analyze the graphic construction of functions to show the relevance of following rules in mathematics, in the sense proposed by Wittgenstein (2017). The theme arose in the function of the function: What are the causes of errors in the graphic construction of a function? The supposed theoretical chosen is the idea of following rules that appears in the work Wittgenstein's *Philosophical Investigations*. To understand the process of learning about graphic constructions, we opted for qualitative research. We check the graphics produced by 9th grade students. The initial results show that the mathematical norm “data from different points, there is a single line that contains them” is fundamental, however, despite understanding the need to obtain points, students in the knowledge of how to find them, and are needed “ show the rules ”to predispose the student to see the line in a Cartesian as the graph of a function.

**Keywords:** Wittgenstein; Graphic Construction; Linear function.

### **“SEGUIR REGLAS” DE WITTGENSTEIN: un análisis basado en la construcción gráfica de funciones lineales**

#### **RESUMEN**

---

<sup>1</sup> Mestra em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professora na Secretaria de Educação do Estado do Pará (SEDUC), Ananindeua, Pará, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6469-2769>. E-mail: [tati\\_lomi@hotmail.com](mailto:tati_lomi@hotmail.com)

Analizaremos la construcción gráfica de funciones para mostrar la relevancia de seguir reglas en matemáticas, en el sentido propuesto por Wittgenstein (2017). El tema surgió en la enseñanza de la función: ¿Cuáles son las causas de los errores en la construcción gráfica de una función? El supuesto teórico elegido es la idea de seguir reglas que aparece en la obra Investigaciones filosóficas de Wittgenstein. Para comprender el proceso de aprendizaje sobre construcciones gráficas, optamos por la investigación cualitativa. Comprobamos las gráficas elaboradas por alumnos de 9º de primaria. Los resultados iniciales señalaron que la norma matemática “dados dos puntos distintos, hay una sola línea que los contiene” es fundamental, sin embargo, a pesar de comprender la necesidad de obtener dos puntos, los estudiantes no saben cómo encontrarlos, y es necesario “mostrar las reglas” para predisponer al estudiante a ver la línea en un eje cartesiano como la gráfica de una función.

**Palabras claves:** Wittgenstein; Construcción gráfica; Función lineal.

## INTRODUÇÃO

A álgebra escolar é vista por muitos como uma área da matemática que aumenta a capacidade de abstração, generalização e uma poderosa ferramenta para solucionar problemas. Apesar de sua importância, diversos autores apontam para as dificuldades dos alunos de resolverem situações envolvendo seus conteúdos como, por exemplo, as equações e funções nas séries finais do ensino fundamental.

Na história, a álgebra é relevante, pois foi através de seu desenvolvimento que a matemática passou a ser um instrumento essencial para a resolução de problemas do cotidiano. A história da construção da linguagem algébrica mostra como a matemática se consolidou como uma área altamente desenvolvida e estimada devido sua aplicabilidade em diferentes ramos do conhecimento como, por exemplo, a mecânica, física, astronomia e Geodésia.

Contudo, apesar da importância relatada, a álgebra no âmbito do ensino é vista como uma área que apresenta grandes dificuldades em sua compreensão. Segundo Fossa (2012), um dos fatores que gera essas dificuldades é a transfiguração do uso das letras, que antes eram a chave para o entendimento da língua natural e com o início do estudo da álgebra passam a ser associadas aos números e outros símbolos matemáticos.

A relação de *importância x dificuldade* que envolve a álgebra foi o ponto que nos chamou atenção para iniciarmos uma pesquisa relacionada a este campo do conhecimento matemático, com o foco na aprendizagem dos gráficos das funções do tipo afim.

A análise sobre os gráficos das funções de 1º e 2º graus será feita segundo a perspectiva da linguagem matemática, fundamentada nos pressupostos de Wittgenstein

(2017). Realizamos um estudo a respeito da percepção visual dos alunos sobre as construções gráficas de funções afim conforme a ideia de *ver como* de Wittgenstein (2017) em dois aspectos: *ver como no sentido de elucidar a regra*, onde verificaremos como a regra de construção do gráfico da função do 1º e do 2º grau é aplicada pelo aluno (como ele mostra a regra, percebe o objeto); e o *ver como no sentido de compreender o jogo de linguagem*, o qual é relacionado a visão do aspecto para identificar as semelhanças com outros objetos (gráficos) que os alunos identificam (ou imaginamos que identificariam).

Na busca de compreender como são buscadas estas soluções e aplicabilidades da álgebra, principalmente no que se refere ao ensino de funções, encontramos um suporte na ideia de vivência visual. Podemos defini-la como algo que está inserido na nossa experiência imediata, de modo geral, é a apresentação daquilo que é visto, o que a memória retoma assim que vemos algo que também está relacionado a nossa experiência.

No que se refere a matemática, que é nosso foco de estudo, a experiência que analisaremos é o objeto matemático gráfico, que anteriormente foi visto pelos alunos como gráficos estatísticos. Quando os alunos iniciam o estudo de funções, eles já trazem uma experiência relacionada a gráfico (seja com o estudo de gráfico de setores, de barras, o estudo das coordenadas cartesianas), a qual irá influenciar na percepção visual do gráfico de uma função. Assim, o questionamento norteador é: Como as regras, sob o ponto de vista de Wittgenstein, influenciam na construção dos alunos de gráficos de funções?

Apresentaremos uma discussão sobre a ideia de “seguir regras” proposta por Wittgenstein (2017), mostrando a relevância deste conceito para as práticas em educação matemática. A exposição teórica será feita conforme a perspectiva da filosofia e da linguagem matemática. Mostraremos o argumento sobre seguir regras que aparece na obra *Investigações Filosóficas*. O texto é construído conforme a interpretação de alguns teóricos que estudaram a obra de Wittgenstein (2017). O texto iniciará mostrando a ideia de vivência visual, descrita por Guerra (2010) e o conceito de seguir regras que aparece na obra *Investigações Filosóficas* de Wittgenstein (2017). Logo em seguida, comentaremos sobre a importância de seguir regras para a compreensão do conceito de função e finalizaremos com exemplos de construções gráficas de funções afim de modo a esclarecer a importância do conceito apresentado pelo filósofo para o contexto de aprendizagem de funções.



## **A IDEIA DE VIVÊNCIA VISUAL PRESENTE NA OBRA DE WITTGENSTEIN**

Nas Investigações Filosóficas de Wittgenstein (2017), vemos que a ideia de significação considera as condições pragmáticas do uso linguístico, rejeitando a aceitação da realidade do mundo de modo ontológico. Ao invés disso, ele vê a realidade como produto de interpretações linguísticas. Na fala do filósofo, a compreensão das palavras está associada com as práticas onde o emissor enuncia as palavras e o receptor age de acordo com elas.

O significado das palavras é apreendido pela maneira que são usadas, pelo papel que desempenham na atividade linguística em curso e não pela associação de nomes e objetos. As regras são exibidas e regulam a conduta dos indivíduos capazes de aprendê-las, sendo inseridas em jogos de linguagem, a partir de nossa própria língua, que assim enuncia o modo de ser de tais regras e indica as condições necessárias que os sinais e os signos devem obedecer para cumprir suas funções. Outra ideia que é utilizada por Wittgenstein e aparece interligada aos jogos de linguagem e as regras é a de formas de vida:

19. Pode-se facilmente imaginar uma linguagem que consista somente de ordens e informes numa batalha. – Ou uma linguagem que consista somente de perguntas e de uma expressão de afirmação e de negação.<sup>22</sup> E de inúmeras outras.<sup>23</sup> — E imaginar uma linguagem significa imaginar uma forma de vida.

23. Mas quantos tipos de sentenças existem? Talvez asserção, pergunta e ordem? – Há inúmeros desses tipos: inúmeros tipos diferentes de emprego de tudo o que chamamos de “sinais”, “palavras”, “sentenças”. E essa multiplicidade não é nada fixa, dada de uma vez por todas; mas novos tipos de linguagem, novos jogos de linguagem, poderíamos dizer, passam a existir, e outros envelhecem e são esquecidos. (Nós podemos ter uma imagem aproximada disso nas mudanças da matemática.) A expressão “jogo de linguagem” deve enfatizar aqui que o falar de uma linguagem é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. (WITTGENSTEIN, 2017, p.20 e 26)

Entende-se aqui que Wittgenstein mostra as formas de vida como o entrelaçamento entre cultura, visão de mundo e linguagem, como atividades não linguísticas ligadas aos jogos de linguagem. Nas Investigações Filosóficas, Wittgenstein faz a análise do emprego da palavra “ver” mostrando os usos que podemos fazer desse verbo: no sentido de “vejo isso” e no sentido de “vejo semelhança em”. Quando afirmamos “vejo um rosto” descrevemos uma experiência imediata, direta, objetiva. Se dizemos “vejo uma semelhança

com outro rosto”, uma relação se estabelece, um aspecto se revela, o que o filósofo denomina como formas de comunicação da percepção. O exemplo para ilustrar seu pensamento é do desenho da cabeça lebre-pato.

**Figura 1** – Figura Pato - Lebre



Fonte: Wittgenstein (2017)

São percepções diferentes das expressões: ora se vê um pato, ora se vê uma lebre, ou por fim uma cabeça lebre-pato. Nota-se primeiro o aspecto de um animal, depois do outro até se chegar a uma relação entre os dois animais representados num mesmo desenho. Mas o que acontece? O que difere? Segundo Wittgenstein (2017), o que se altera não é o objeto, mas sim o aspecto expresso numa nova percepção. Em ambas as situações (pato ou lebre) temos expressões de uma percepção, da vivência visual:

Esta vivência visual se insere no contexto da experiência imediata, apresentação (*darstellung*) daquilo que é visto, que vem à mente quando vemos algo e estaria relacionada também com nossa experiência passada. O exemplo esclarece: quando se vê uma figura do cubo, se vê a figura como caixa. Isto significa que se tem uma determinada vivência visual que vai a par, empiricamente, com a interpretação da figura como caixa ou como a visão de uma caixa (GUERRA, 2010, p.32).

Este fenômeno descrito por Guerra (2010) caracteriza-se por perceber a imagem como uma superfície plana e como um espaço tridimensional. Quem procura numa figura outra figura, e a encontra, vê, por isso, de modo novo.

Conforme essa ideia de vivência visual, podemos dizer que sobre funções, em específico seu gráfico, o aluno não apresenta vivência visual anterior, ou mesmo uma técnica, que o permita ter uma revelação do aspecto ou construir uma nova vivência visual sobre gráficos. A questão sobre a qual debruçamos nossas reflexões é como vivências anteriores relacionadas com gráficos de modo geral, como, por exemplo, os gráficos



estatísticos podem ou poderiam influenciar na vivência visual que será construída sobre gráficos de funções. Os alunos conseguem distinguir essas diferentes categorias de gráficos? Como as ideias de percepção visual, seguir regras, ver e ver como podem contribuir para a aprendizagem de funções?

Sendo assim, estabelecemos como objetivo de pesquisa a análise da relevância das regras, na perspectiva de Wittgenstein, para a construção de gráficos de funções, entendendo os erros nas construções gráficas dos alunos por meio da identificação de características que eles utilizam ao realizarem estas construções, em qual contexto de aplicações de regras o discente está inserido ao esboçar um gráfico. Para alcançar tal objetivo, pretendemos em específico: descrever de que forma a percepção visual dos alunos influencia na sua aprendizagem dos gráficos de funções; compreender como os aprendizes fazem a distinção entre gráficos de funções; entender como o aspecto wittgensteiniano “seguir regras” pode contribuir para o aprendizado dos gráficos de funções.

## O “SEGUIR REGRAS” NA PERSPECTIVA DE WITTGENSTEIN

Nas Investigações Filosóficas, Wittgenstein (2017) analisa a linguagem humana enquanto uso, instituição, prática. As suas considerações sobre seguir regras contém fortes críticas ao mentalismo, que se fundamentam fortemente no Argumento da Linguagem Privada que tem segundo Jourdan (2005) seu cerne na ausência de critérios, por parte do falante, para identificar seus próprios estados mentais, sem já pressupor regras, o que acarreta um colapso entre verdade e semântica, fato este, que segundo a autora também se aplica ao padrão de solução comunitarista: a ausência de critérios por parte da comunidade para identificar um padrão concordante, sem já pressupor regras, o que acarreta novamente um colapso entre verdade e semântica.

Um tópico que é fulcral para o funcionamento da linguagem busca compreender como podemos, a partir de casos particulares, formar noções gerais que atribuem a muitos casos distintos e potencialmente infinitos. E para discutir essa questão que a noção de “regra” aparece formulada na obra de Wittgenstein (2017).

Esta noção começa embasada na ação de compreender. O ato de compreender para Wittgenstein (2017) seria *compreender regras*. O sentido de uma expressão gerada nesse ato



seria o seu uso regular. A linguagem em geral é entendida como algo baseado em regularidades funcionais que tem infinitas aplicações.

A questão central ganha outros moldes e pode ser formulada da seguinte maneira: Se quem aprende uma regra só dispõe de sua formulação e de exemplos finitos, então, como, a partir disto, ela pode determinar um número ilimitado de aplicações corretas da regra? (IF. 186)<sup>2</sup>. Desde muito cedo somos expostos a palavra regra, porque nós temos que seguir regras, tais como regras de comportamento, trânsito, de jogos, entre outras, ou seja, nas mais distintas situações, estamos sujeitos às regras.

Como relatamos no início, o conceito de seguir regras de Wittgenstein (2017) vem com uma abordagem crítica à concepção mentalista da linguagem. Para elucidarmos esse conceito exposto nas investigações, procuraremos analisar detalhadamente os conceitos de regra, de compreensão e o problema da interpretação de regras. Para entendermos os princípios que o filósofo se opõe, citamos a fala de John Locke (1991, P.147) sobre o significado das palavras. Ele afirma:

As palavras, na sua imediata significação, são sinais sensíveis de suas ideias, para quem as usa. Palavras, em seu significado primário e imediato, nada significam senão as ideias na mente de quem as usa, por mais imperfeita e descuidadamente que estas ideias sejam apreendidas das coisas que elas supostamente representam (LOCKE, 1991, p. 147)

Observamos na teoria do conhecimento de Locke (1991) que na sua concepção de linguagem as ideias são imagens criadas na mente do indivíduo, ou seja, o significado estaria sujeito aos processos mentais, demonstrando a correlação entre ideias, mente e significado que fundamentam o que se denomina mentalismo. A questão essencial na concepção mentalista é o significado. Conforme esta corrente, a compreensão de uma palavra só possível diante da imagem mental que representa, sendo, neste sentido, entes indissociáveis e restritos ao falante, que se configura em portador único do significado da palavra no momento em que ela é proferida, dando a linguagem um caráter privado.

Wittgenstein (2017), nas Investigações Filosóficas se demonstrou totalmente contrário a este argumento privado da linguagem, tanto que seu esforço nessa obra foi esclarecer que o significado das palavras está no uso delas em determinados contextos. Como um exemplo desta ideia, podemos citar a palavra *hipérbole*, que na gramática da

---

<sup>2</sup> IF: Investigações Filosóficas, p. 186



língua portuguesa significa exagero e na geometria significa um tipo de curva. Tal referência nos mostra que não é suficiente para a definição de uma palavra a imagem mental que a mesma produz, sendo necessário também conhecer os possíveis usos dessa palavra.

E são esses usos das palavras em diferentes contextos que formam a base das Investigações filosóficas. Seguir uma regra de uso da palavra é chave da concepção linguística de Wittgenstein (2017), pois são as regras que determinam o que é falar com sentido e de modo correto, determinando padrões linguísticos. A partir da ideia de seguir regras que Wittgenstein refuta a concepção mentalista, porque esta traz complicações ao processo comunicativo. Para o filósofo, as regras linguísticas são externas e necessitam de um acordo entre os envolvidos no processo de significação das palavras. Logo, a comunicação e a compreensão linguística precisam, em tese, de uma aprovação pública das palavras e suas regras de utilização, caso contrário, ambas não existiriam, pois, cada indivíduo daria um significado particular as palavras.

Wittgenstein (2017) inverteu a concepção mentalista da linguagem ao colocar a linguagem como uso, prática (tal como andar, nadar, etc.) e instituição. O interesse expresso nas investigações filosóficas era voltado para as regras gramaticais, as quais estabeleciam o critério para o discurso significativo, não se tratando de uma gramática particular de uma língua, porém de uma gramática da palavra, comum a todas as línguas. Os critérios para compreender os significados das palavras são públicos e externos. Para esclarecermos esta afirmação, expomos uma passagem das investigações filosóficas:

§ 143 Consideremos agora este tipo de jogo de linguagem: sob a ordem de A, B deve anotar uma série de sinais segundo uma determinada lei de formação.

A primeira dessas séries deve ser a dos números naturais no sistema decimal. – Como ele aprende a compreender esse sistema? Em primeiro lugar, séries de números são ditadas, e ele é exortado a tomar nota delas. (Não fique chocado com a expressão “séries de números”, ela não é empregada aqui de modo incorreto!) E já temos aqui uma reação normal e uma anormal do aprendiz. – Primeiro, talvez, nós conduzimos o aprendiz pela mão a tomar nota da série de 0 a 9; mas depois a *possibilidade de comunicação* vai depender de que ele continue a escrever por si mesmo. – E aqui poderíamos pensar, por exemplo, que ele, na realidade, copia os algarismos por si mesmo, não segundo a série, mas, irregularmente, primeiro este, depois aquele. E então ali deixa de haver comunicação. – Ou pode ser que ele cometa ‘erro’ de continuidade na série. – A diferença entre este e o primeiro caso é, naturalmente, de frequência. – Ou: ele comete um erro *sistemático*, ele sempre toma nota, por exemplo, de apenas um de cada dois números; ou ele copia a série 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... assim: 1, 0, 3, 2, 5, 4,





... Aqui seremos quase que tentados a dizer que ele nos compreendeu *equivocadamente*. Observe, porém: não há uma fronteira precisa entre um erro de irregularidade ou de sistematicidade. Isto é, entre aquele que você estaria inclinado a denominar de “irregularidade” e aquele que chamaria de “erro sistemático”. Pode-se, talvez, desacostumá-lo do erro sistemático (como de um mau hábito). Ou aceita-se o seu modo de copiar, e tenta-se ensinar para ele o modo normal como uma subespécie, uma variação, do seu. – E aqui também pode acabar a capacidade de aprendizagem do nosso aluno. (WITTGENSTEIN, 2017, p.104 - 105)

Nesta passagem das Investigações Filosóficas, observamos a imagem de um determinado jogo de linguagem (contexto onde os critérios de determinação dos significados das palavras emergem). O professor tem o objetivo de ensinar uma série numérica para um aluno. Este inicia a série e pede que o aluno prossiga sem o seu auxílio. Quando o aluno termina a tarefa, o docente verifica que o mesmo não deu continuidade a série conforme a regra ensinada. Dando continuidade ao exemplo, Wittgenstein (2017) retoma:

§185 Retornemos agora para o nosso exemplo (143). O aluno domina agora – julgado segundo os critérios habituais – a série dos números naturais. Nós lhe ensinamos, então, a escrever também uma outra série de números cardinais, e o levamos até o ponto em que ele, por exemplo, após uma ordem da forma “+n”, escreve séries da forma 0, n, 2n, 3n etc.; portanto, com a ordem “+1”, a série dos números naturais. – Nós lhe teríamos aplicado exercícios e testado a sua compreensão da numeração até 1000. Nós deixamos agora o aluno dar prosseguimento a uma série (talvez “+2”) para além de 1000, – então, ele escreve: 1000, 1004, 1008, 1012.

Nós lhe dizemos: “Olhe o que você fez!” – Ele não nos entende. Nós dizemos: “Você deveria ter adicionado *dois*; veja como você começou a série!” – Ele responde: “Sim! Não está certo? Eu pensei que *deveria* fazer assim.” — Ou suponha que ele, apontando para a série, dissesse: “Mas eu dei prosseguimento da mesma forma!” – De nada nos serviria dizer “Mas você não vê, então, que ...?” – e repetirmos para ele as velhas explicações e exemplos. – Poderíamos num caso como esse, talvez, dizer: esta pessoa, por natureza, compreende aquela ordem a partir da nossa explicação, do mesmo modo que *nós* a ordem: “Adicione sempre 2 até 1000, até 2000, 4, até 3000, 6 etc.”

Esse caso se assemelha com o de uma pessoa que reage por natureza, ao gesto de apontar com o dedo, olhando na direção da ponta do dedo para o pulso, em vez de olhar na direção da ponta do dedo. (WITTGENSTEIN, 2017, p.134 – 136)

Observamos que Wittgenstein (2017) destaca que o aluno errou por interpretar a regra de modo privado ao enfatizar a sua fala “eu pensei que *deveria* fazer assim” ao invés de olhar para a regra em si e tal situação fica bastante elucidada quando compara com o exemplo do olhar o gesto de apontar com o dedo. Depreende-se disto que a compreensão



não é uma explicação de um processo mental, e sim uma prática. A esse respeito Dummett (1959, p.331) afirma: “Mas suponha o treinamento não foi dado apenas pelo exemplo, mas fez uso também de uma formulação explícita da regra para formar a partir de um número o seu sucessor” Além da formulação explícita da regra que Dummett (1959) se refere temos que considerar que o sistema não pode consistir no fato de se continuar a série até este ou aquele número; isto é, apenas a aplicação da compreensão. A própria compreensão é um estado, de onde nasce o emprego correto. A aplicação permanece um critério da compreensão.

Imaginemos a seguinte situação: é ensinado ao indivíduo a resolução de equações do 2ª grau por meio da fórmula resolutive. Com a aprendizagem, ele passa a saber as etapas básicas para a resolução utilizando-se este método: a identificação dos coeficientes da equação, o cálculo do discriminante e a fórmula resolutive para extração das raízes da equação. Feito isso, tal indivíduo é submetido a um teste prático, em que verificará a sua compreensão, se ele aprendeu e sabe de fato resolver uma equação quadrática por meio deste método. É neste momento que veremos se ele domina a técnica ensinada.

O critério de compreensão de uma regra é a sua aplicação, como Wittgenstein (2017) afirma no § 146 das Investigações. Da mesma forma que a gramática da palavra “saber” goza de estrito parentesco com a gramática das palavras “poder” e “ser capaz” e todas estas com a palavra “compreender”. Ao contrário no § 187, o filósofo deixa evidente que a gramática da palavra “saber” não se relaciona com “ter em mente”. A compreensão de uma regra linguística e a sua correta aplicação obedecem a critérios públicos e externos que podem ser aprendidos e praticados.

Por exemplo, seguindo o pressuposto de Wittgenstein (2017), para sabermos como um indivíduo compreende as regras linguísticas da palavra vermelho, basta observarmos como ele a usa. Se ao apontar para uma cadeira azul e disser que é vermelha, então concluímos que o mesmo não compreende as regras linguísticas da palavra. O indivíduo poderia justificar dizendo que a ideia que ele “tem em mente” da cor vermelha remete a cor “azul” da cadeira, mas nós podemos refutar a ideia ao advertir que o critério de compreensão da palavra vermelho não é utilizado desta forma, que o que ele “tem em mente” não podemos levar em consideração, pois não é o que significa a palavra vermelho. A compreensão de uma palavra e de suas regras deve sempre remeter ao uso que dela fazemos, correspondendo



necessariamente a sua correta aplicação em seu contexto de uso. É no contexto que a palavra ganha vida e funcionalidade, constituindo-se em uma prática.

## **O “SEGUIR REGRAS” COMO CONDIÇÃO DE SENTIDO PARA SER GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO AFIM**

Dessas primeiras reflexões sobre vivência visual e seguir regras, levantamos as nossas primeiras hipóteses: quando o aluno vê o gráfico de uma função, ele não a vê como um gráfico de uma função, pois ainda não tem o conceito de função. Quando é que ocorre no aluno essa mudança de aspecto, de forma que ele passe a enxergar o gráfico como sendo de uma função?

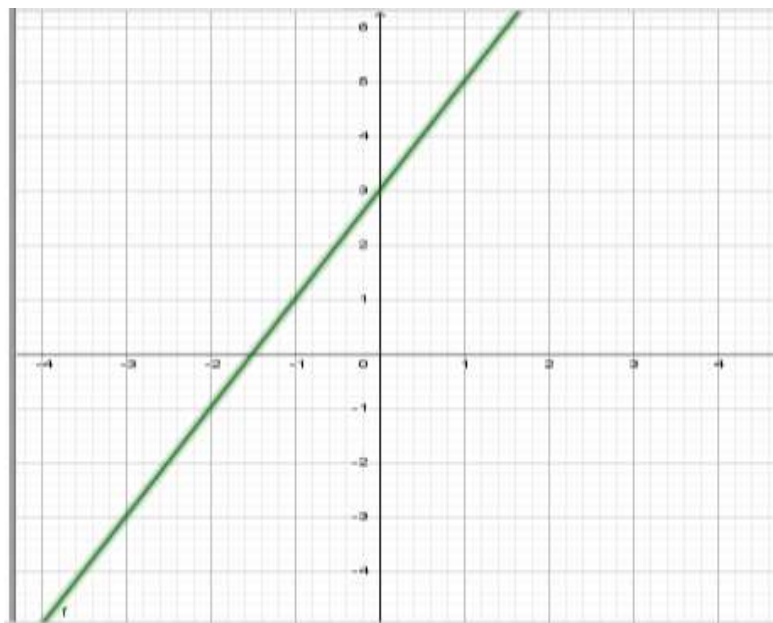
Como essa mudança ocorre em nós? Por exemplo, vamos considerar o momento que compreendemos uma regra aritmética. Uma série numérica que inicia primeiro com o 2, depois 4, depois 6, depois 8. O que me faz “pegar” essa regra (de adicionar 2) de modo que eu possa continuar confiante: depois 10, depois 12, depois 14, depois 16. O que acontece quando tenho essa visão? Os números não mudaram, porém, agora eu os vejo de modo diferente, como uma série numérica infinita que eu posso continuar sozinha.

Esta é uma das questões que interessava particularmente Wittgenstein, o que acontece no momento em que ocorre a “mudança” de enxergar apenas uma série de números como uma manifestação de uma regra. O “ver-como” é o que conecta a percepção, o entender o significado e o seguir regras. Sobre os conceitos de “ver” e “ver-como”, Silva e Silveira (2014, p.20) afirmam que Wittgenstein não buscava apenas elucidar o uso dos conceitos mentais na psicologia, mas também esclarecer confusões conceituais na matemática. Os autores apontam para a relevância do ver-como em Wittgenstein para as discussões a respeito da visualização no ensino da matemática. Tratam de situações como a seguir:

Por que o aluno não vê 8 como  $2^3$ , quando estuda equações exponenciais, mesmo tendo estudado a potenciação anteriormente? Ou por que os aprendizes muitas vezes não percebem que, ao traçar a diagonal de um retângulo, determinamos dois triângulos retângulos? (SILVA E SILVEIRA, 2014, p. 20)

Baseados nas questões discutidas pelos autores, levantamos a seguinte situação sobre a visualização no ensino da matemática: Por que o aluno, por exemplo, não visualiza o gráfico da função a seguir como sendo da função  $f(x) = 2x + 3$ ?

**Figura 2** - Gráfico da Função  $f(x) = 2x + 3$



Fonte: Elaborada pela autora.

Tomamos como base os pensamentos de Silva e Silveira (2014) no que se refere a educação matemática. O ver-cómo de Wittgenstein não será visto aqui como um processo mental, mas como um domínio de técnicas, as quais dependem de hábito e educação, pois só assim podemos ter as ideias do filósofo como um aporte para elucidar algumas questões no aprendizado da matemática, e em específico, no aprendizado de funções.

Para Wittgenstein (2017), esse ver-cómo que nos faz ver algo ora de uma forma e ora de outra maneira, não é uma ação que se deve a processos mentais e sim a um domínio de técnicas que se fundamentam no uso de regras. Segundo Wittgenstein (2008, apud SILVA & SILVEIRA, 2014, p.223), o caso do significado vivenciado tem afinidade com o da visão de uma figura como isto ou aquilo, ou seja, está próximo do conceito de vivência da significação de uma palavra. Dessa forma, percebemos que notar os aspectos de uma figura depende do domínio de técnicas.



Sobre essas regras ou técnicas, Wittgenstein (2017) levanta a problemática que surge, de acordo com o platonismo<sup>3</sup>, na separação entre a regra e a sua aplicação. Quando se dá uma regra, esta pode ou não ser aplicada, o que impõe o seguinte questionamento: como transpor o “fosso” entre a ordem e a execução?

Hebeche (2016) comenta que tais questionamentos advêm de outros anteriores: “Como agir de acordo com uma regra? Como a regra determina o que concorda com ela? Como determinar este acordo sem que haja um processo mental envolvido e sem que ocorra a separação entre regra e aplicação? Esta separação poderia ser superada pela reflexão? Não faz parte da aprendizagem do refletir se uma regra está sendo seguida corretamente ou não?”. Conclui-se que o abismo surge da ilusão a respeito do que é seguir uma regra.

Wittgenstein (2017) esclarece que o obstáculo está em saber se uma regra foi compreendida ou não, e quais são os critérios para determinar se uma regra está sendo seguida corretamente. A compreensão de uma regra não é desvinculada de sua execução, a qual é uma instituição de sentido que se dá por consenso ou por aceitação de partes. Da mesma forma, os critérios para se determinar que uma regra está sendo seguida estão na própria regra. Wittgenstein pretende desfazer duas ilusões: a do mentalismo<sup>4</sup> e a do platonismo. Não se segue regra privadamente e nem se explica externamente. Assegura que a compreensão jamais é um processo mental e que compreender uma linguagem é dominar uma técnica.

Os contextos em que as regras linguísticas são aplicadas determinam o sentido que elas carregam. Interpretar a linguagem como possuidora de sentido é entender que o aprendizado desta só ocorre em sociedade (convívio social), onde há de fato sua aplicação. Quando se traduz uma sentença para uma equação, por exemplo, a referência deixa de ser o foco, dando lugar ao sentido, ou seja, o que se entende quando as palavras são enunciadas. Não se pode entender o sentido isoladamente, deve se colocar o contexto de pensamento.

O fato de um objeto ser visto de diferentes maneiras não é uma característica do objeto e sim dos jogos de linguagem. Por exemplo, quando eu represento uma função de

---

<sup>3</sup> Segundo a corrente filosófica do Platonismo, no campo da Teoria das Ideias, existem dois mundos, ou seja, a realidade está dividida em duas partes: o mundo sensível (mundo material), mediado pelas formas autônomas que encontramos na natureza, percebido pelos cinco sentidos e o mundo das ideias (realidade inteligível) denominado de “mundo ideal”, ou seja, aproxima-se da ideia de perfeição de algo

<sup>4</sup> Consideraremos mentalismo conforme a literatura behaviorista que o define como qualquer enfoque psicológico que considere o comportamento como resultado de processos e/ou agentes internos e/ou de outra natureza ou substância distinta daquela da conduta a ser explicada.



diferentes maneiras (gráfica, algébrica, tabelar, verbal), eu aplico em cada uma delas um jogo. Em relação ao significado de uma palavra a resposta pode ser empírica ou quando se mostra o emprego usual dela (de essência), buscamos o critério de uso correto. Ao falamos em função, não tentamos dar uma resposta empírica e sim uma resposta de essência, ou seja, procuramos mostrar como aplicar o conceito de função. O conceito existe para que possamos operar com ele. Se trouxermos isso para o caso das funções: o aluno entende o conceito de função quando ele aplica as diferentes representações do conceito. Hebeche (2016), ao analisar o trabalho de Wittgenstein, explica que as palavras ao perderem seus usos, tornam-se carentes de significado. Nas representações das funções, se o aluno não dá um uso a elas, estas ficam sem significado.

Para a construção do estudo, a proposta metodológica adotada se enquadra na corrente conhecida como filosofia analítica, que tem como interesse a investigação acerca das formas e dos modos de funcionamento da linguagem, tal como uma prática de esclarecimento conceitual, tendo por base a atividade epistêmica que, numa perspectiva Wittgensteiniana, envolve os processos de duvidar, acreditar, estar perto, opinar, conhecer, etc. e a terapia das confusões geradas pela interpretação unilateral da significação dos conceitos relativos a essa interpretação segundo o modelo referencial. Temos como base conceitual a ideia de seguir regras presente na obra de Wittgenstein (2017) de modo a proporcionar uma análise a respeito das construções gráficas elaboradas pelos alunos (quais regras os alunos seguem na elaboração de um gráfico?)

O cenário da pesquisa foi uma escola pública localizada no município de Ananindeua, estado do Pará, onde participaram alunos que estavam cursando o 9º ano do ensino fundamental. O instrumento de coleta de dados foi o questionário sobre gráficos de funções afim que nos permitiram uma análise baseada no constructo de uma interpretação das construções gráficas na perspectiva de seguir regras de Wittgenstein (2017).

Optamos por utilizar como instrumento para levantamento de dados o questionário, composto por questões que contemplam a construção dos gráficos de funções afim. Os questionários tiveram o seguinte objetivo: coletar as representações gráficas das funções feitas pelos alunos. Com base nesses dados, procuramos analisar a percepção visual que os discentes têm em relação ao gráfico (representação geométrica), de maneira que possamos identificar pontos que tragam reflexões sobre o ensino de funções afim e quadrática.



Neste estudo, partimos da proposta de compreender a percepção visual que os alunos têm sobre gráfico de função, por meio da descrição dessa percepção visual, que embasada no aspecto wittgensteiniano do “ver-como” nos possibilitou identificar pontos que podem contribuir para o aprendizado da representação gráfica. Buscamos fundamentação teórica na história do desenvolvimento da álgebra, bem como nas pesquisas em educação que envolvem este tema para entendermos o significado ou significados que as funções assumem no ensino da matemática. Na tabela a seguir, apresentamos a 1ª lista de exercícios.

**Tabela 1 - 1ª Lista de Exercícios****1ª LISTA DE EXERCÍCIOS**

1 – Dadas as funções de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$ , faça um esboço do gráfico:

A)  $f(x) = 2x + 3$

B)  $f(x) = -3x + 4$

C)  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$

D)  $f(x) = 3x - 1$

E)  $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$

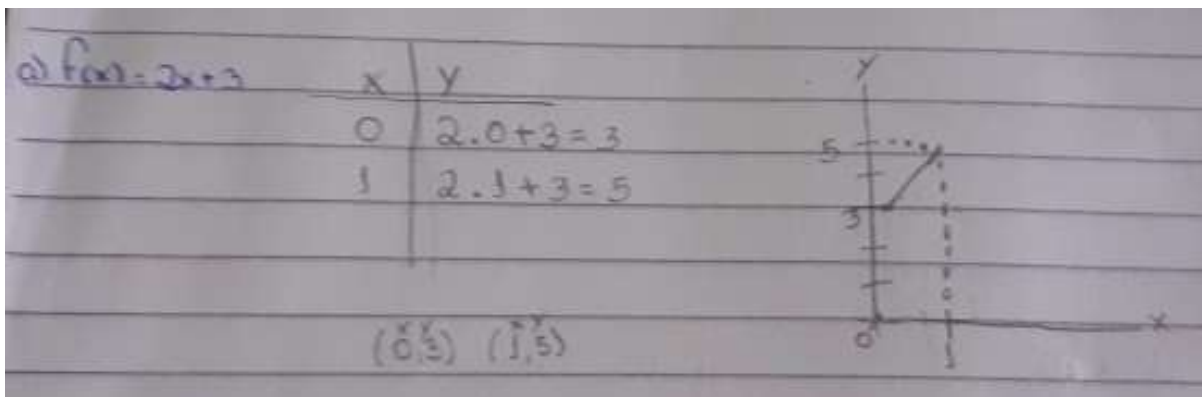
**Fonte:** elaborada pela autora

**Primeira lista de exercícios: a representação gráfica de funções Afim**

Na primeira lista de exercícios, foi pedida a representação gráfica de funções afim. A proposta era analisar quais regras os alunos utilizariam para construir os gráficos. Percebemos nas representações gráficas dos alunos que a norma matemática relacionada aos postulados de incidência “*dados dois pontos distintos, existe uma única reta que os contém*” e “*em qualquer reta estão no mínimo dois pontos distintos*” são elementos essenciais na representação gráfica, ou seja, para construir uma reta, é fundamental que se determine pelo menos dois pontos. Numa primeira perspectiva, para os alunos foi tão relevante esta regra que a aplicaram sem considerar o jogo de linguagem que estava em questão. Observou-se que a regra foi mantida em jogos de linguagem distintos. O aluno que identificamos como A1 buscou fazer a representação gráfica da função real  $f(x) = 2x + 3$  por meio da

determinação de dois pontos. Observa-se que utilizou o sistema tabular para auxiliar nesta determinação e representou os pontos de acordo com as coordenadas cartesianas.

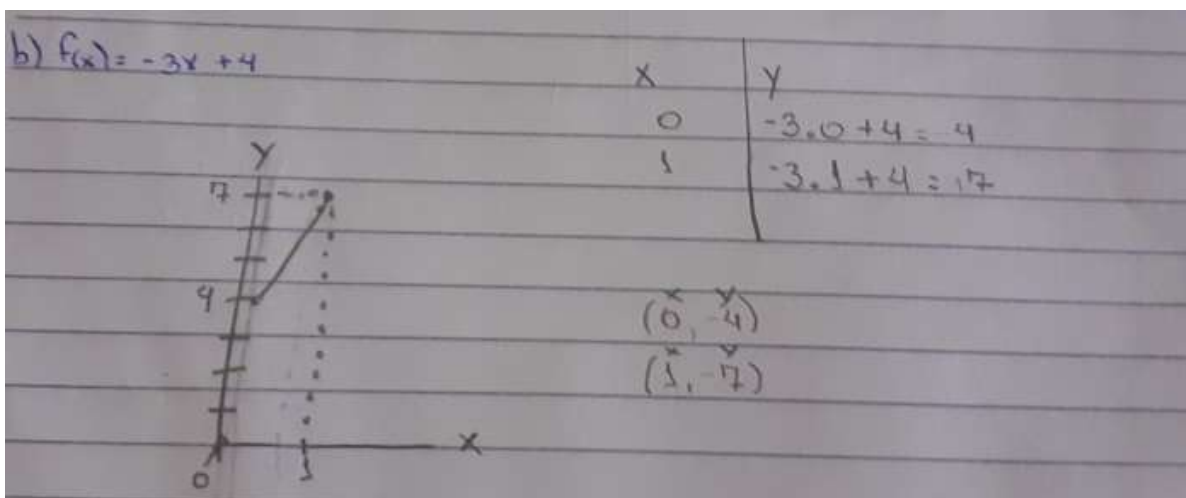
Figura 3 – Esboço do gráfico do aluno A1



Fonte: Registro da autora

O aluno utilizou a mesma regra para fazer a representação gráfica da função real  $f(x) = -3x + 4$ , contudo não obteve o resultado correto. Observa-se que o aluno teve problemas de ordem operacional ao determinar o segundo ponto, o que poderia ser corrigido caso utilizasse a regra de crescimento e decrescimento da função relacionada ao coeficiente **a** da função.

Figura 4 – Esboço do segundo gráfico do aluno A1



Fonte: Registro da autora

Ao considerar apenas a determinação de dois pontos como regra para construção gráfica e não perceber que o uso que se faz dessa regra muda conforme o jogo de linguagem (por exemplo, quando é uma função crescente ou decrescente) prejudica a percepção geométrica que o aluno produz da função e a ação de aprender que na fala de Gottschalk





(2004, p.87) significa “ser capaz de ver de outra maneira, sem que essa outra maneira seja uma “variação” de uma hipótese inicial do aluno”. Não conseguir fazer o uso da regra em diferentes jogos de linguagem nos mostra que a representação do gráfico de uma função do 1º grau, o “desenho da reta” é um símbolo vazio para o aluno, caso ele não conheça as regras de sua construção e emprego. Na fala de Gottschalk (2004, p.88) “imagens, palavras e modos de operar com elas são apresentados ao aluno, lembrando que tanto uma imagem como uma palavra, por si só, são símbolos vazios se não forem acompanhados por alguma técnica que permita seu emprego”

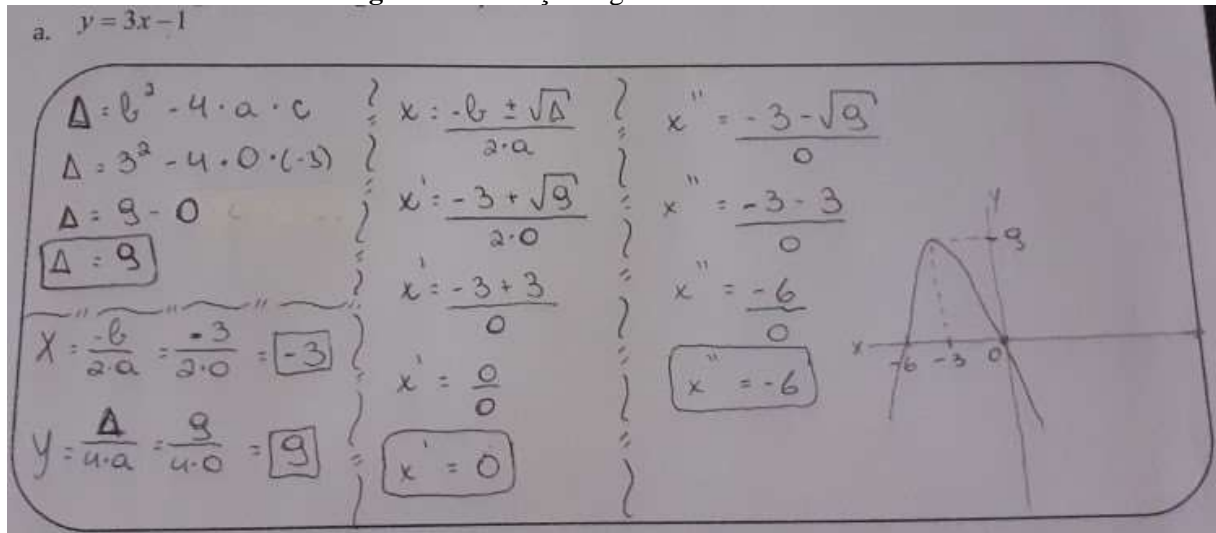
A autora afirma que o aluno sendo apresentado a um jogo de linguagem, tenderá a seguir as mesmas regras, mesmo em um novo jogo, fato este que observamos nos gráficos elaborados por A1. Contudo, a autora reforça a necessidade docente de esclarecer este novo uso da regra, novo sentido, expandido a gramática de seus usos. Para que a representação geométrica da função deixe de ser um símbolo vazio para o aluno é necessário que sejam estabelecidas relações internas entre os conceitos envolvidos. Segundo Gottschalk (2004,p.91):

Recorre-se a determinados processos e atividades que cumprem uma função paradigmática: é assim que operamos. Em outras palavras, por meio de exemplos, predispõe-se o aluno a ver como. O professor apresenta-lhe outros pontos de vista, outras formas de ver, com o objetivo de persuadi-lo a aceitá-los (GOTTSCHALK, 2004, p. 91, grifo nosso)

Dessa forma, o professor tem que mostrar como se constrói gráficos de funções do 1º grau “mostrar as regras” para predispor o aluno a ver a reta em um eixo cartesiano como o gráfico de uma função afim.

No caso do aluno que identificamos por A2, observamos que a regra da construção gráfica foi substituída em um jogo de linguagem distinto. Na sequência didática que foi trabalhada em sala de aula foi apresentada primeiro a função polinomial do primeiro grau com a sua representação gráfica e depois a função polinomial do segundo grau. O aluno ao ter contato com as regras de construção da parábola, tentou aplicá-las na construção da função afim, dando a entender que aquelas regras agora eram as válidas, em detrimento das anteriores. Identificamos como elementos fixos da regra de construção gráfica o processo de encontrar as raízes da função para a determinação das coordenadas do eixo x e a determinação das coordenadas do vértice da parábola.

Figura 5 – Esboço do gráfico do aluno A2



Fonte: Registro da autora

A substituição da regra em jogos de linguagem distintos reforça aqui as considerações que foram feitas anteriormente. A primeira delas, a não atenção as variáveis visuais: o aluno compreende a relevância dos coeficientes a e b (na função afim) e a, b, c (na função quadrática) na aplicação da regra, mas não compreendem o significado que estes assumem na representação gráfica.

Tomando as reflexões de Wittgenstein (2017), percebe-se que a regra ou o método de construção acaba por se tornar insuficiente, devido sua aplicação não se constituir em uma explicação do que é o gráfico de uma função. A aplicação da regra depende do uso que se faz dela, pois é este uso em diferentes contextos que produz o significado. A regra por si só justifica a aplicabilidade e o significado, além de confundir-se com eles, só interessando quando coincide com sua aplicação. Para Wittgenstein (2017), uma regra não atua a distância. A substituição da regra nos mostrou que o aluno efetua a aplicação sem se preocupar com o contexto. O tratamento dado pelos alunos para as regras é marcado por uma substituição. O aluno aprendeu primeiro a regra de construção gráfica da função afim, depois aprendeu a regra de construção gráfica da função quadrática e depois de aprender a última ele faz a substituição, a considerando agora como a regra válida.

Nas vertentes do ver e ver-como, a imagem que o aluno faz do gráfico (refiro-me aqui a imagem no sentido de reta ou parábola) é como já tínhamos analisado anteriormente, um símbolo vazio para ele. Ao não considerarem o sentido da reta ou a direção da concavidade da parábola, fica evidente que o mais importante não são estes objetos (e



consequentemente nem as relações entre variáveis) e sim apenas a determinação de pontos no eixo cartesiano.

## **ALGUMAS CONSIDERAÇÕES**

Com vimos, os problemas filosóficos, segundo a perspectiva de Wittgenstein (2017), são ilusões gramaticais causadas pela linguagem, mais precisamente na compreensão e aplicação das regras, marcada pelo obstáculo que encontramos ao determinar os critérios para dizer que uma regra está sendo seguida ou não. Para o filósofo, tais critérios estão na própria regra, uma vez que se configura como ente indissociável de sua aplicação, pois não é uma ação isolada, necessitando do consenso e aceitação das partes sociais que compõem um jogo de linguagem que se fundamenta nas formas de vida de cada sociedade.

A função polinomial, na perspectiva do fundamento da filosofia de Wittgenstein (2017) tem um significado construído em seu emprego em diferentes contextos. Alinhando com os estudos em história da matemática, a evolução conceitual poderia ser um processo em que novos jogos de linguagem são constituídos e outros ficam antigos e são esquecidos.

A atividade que define a relação entre variáveis é a regra que constitui o jogo de linguagem “função”, onde cada matemático ao longo da história foi aprendendo a “jogar” e construir um novo jogo, explorando as regras do conceito de função, ou seja, seus objetos intrateóricos que são carregados de simbolismos e são de cunho normativo, resultantes da convenção humana, onde o uso lhe ensina o significado. Na história da matemática, os usos das regras nos diferentes momentos históricos nos mostram que elas são convenções humanas. Cada definição de função que apareceu era a expressão de um novo uso do seu conceito. Dessa forma, justificamos uma possibilidade de um estudo de caráter filosófico relacionado a história da matemática, pautado nas diferentes aplicações do conceito (como relação entre quantidades variáveis, como expressão analítica, como relação entre conjuntos e como transformação) podem esclarecer o significado da palavra função. São as diferentes aplicações (usos da regra) que fazem compreender o que é função, de modo a treinar o olhar no sentido de perceber a função em qualquer situação.

Sobre a aquisição da linguagem matemática expressa na percepção visual do aluno observa-se a necessidade de saber aplicar a regra no jogo de linguagem estabelecido, e entender as relações conceituais de significação existentes nas situações de usos de uma



regra. O aluno deve entender o contexto que envolve o objeto matemático, que no caso mostrado foi a função, para poder elencar o que é essencial na construção de um gráfico. Em uma primeira análise, vimos que a principal regra seguida pelo aluno está relacionada aos postulados de incidência da reta, a determinação de raízes de uma função foi tão presente nas representações dos gráficos das funções, que estes podem ser considerados como elementos essenciais para os alunos, a tal ponto de aparecerem em qualquer situação, mesmo que o jogo de linguagem mude. Compreendemos que o entendimento dos objetos e conceitos inicia-se no momento que o aluno é capaz de mobilizar e de coordenar dois jogos de linguagem (algébrico e gráfico) para um mesmo objeto, mostrando assim o funcionamento do pensamento matemático.

## REFERÊNCIAS

DUMMETT, M. Wittgenstein's Philosophy of Mathematics. **The Philosophical Review**, Vol. 68, No. 3 (Jul., 1959), pp. 324-348. Duke University. URL: <http://www.jstor.org/stable/2182566>. Acesso em: 06/02/2021.

FOSSA, J. **O ensino do conceito de variável**. São Paulo: Editora Livraria da Física. 2012.

GOTTSCAHLK, Cristiane. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cadernos de História e Filosofia da Ciência**, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, pp. 305 – 334, jul. – dez. 2004.

GUERRA, C.B. A Percepção visual em Wittgenstein e a Teoria dos Aspectos. **Linc em Revista**, v. 6 n. 2 (2010): Linguagem, informação e novas dinâmicas sociais contemporâneas.

HEBECHE, L. **A filosofia sub specie grammaticae**: Curso sobre Wittgenstein. Editora da UFSC, 2016.

JOURDAN, C. “Seguir Regras” em Wittgenstein: críticas ao mentalismo e ao comunitarismo. **Abstracta 1: 2**, pp. 207-220, 2005.

LOCKE, J. (1690). “Ensaio acerca do entendimento humano”. Trad. Anoar Aiex. In: LOCKE, J. **Ensaio acerca do entendimento humano. Segundo tratado sobre o governo**. Trad. De Anoar Aiex e E.Jacy Monteiro. 5ª Ed. São Paulo: Nova Cultural, 1991. (Coleção “Os Pensadores”)



SILVA, P.V; SILVEIRA, M.R.A. O ver-cómo wittgensteiniano e suas implicações para a aprendizagem da Matemática: um ensaio. **BoEM**, Joinville, v.2. n.3, p. 17-34, ago./dez. 2014.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações filosóficas**. São Paulo: Editora da Unicamp – Trad. João José R. L. de Almeida, 2017.