



## **REFLEXOS DAS FRAÇÕES ENSINADAS EM UM CADERNO ESCOLAR DO QUINTO ANO**

Raquel Helena Tracienski Heck <sup>1</sup>

Barbara Winiarski Diesel Novaes <sup>2</sup>

### **RESUMO**

Ancorado na perspectiva da História Cultural e alargando o referencial teórico-metodológico para o estudo da matemática do ensino, o presente trabalho tem por objetivo discutir a matemática do ensino de frações a partir dos registros de um caderno do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Toledo no ano 2018. Por meio dos registros no caderno, percebemos pouca articulação entre as representações dos números racionais – frações, decimais e porcentagem. Mesmo com algumas fragilidades, os registros denotam que a professora produz saberes: ao organizar a aula de forma diferente que a posta no livro didático, ao usar impressos que vão auxiliar no entendimento do aluno sobre o conteúdo de frações, ao utilizar os cadernos como parte da aprendizagem e ao selecionar/hierarquizar os conteúdos a serem ensinados.

**Palavras-chave:** Frações; Matemática ensinada; Cadernos escolares.

### **REFLECTIONS OF FRACTIONS TAUGHT IN A FIFTH GRADE SCHOOL NOTEBOOK**

#### **ABSTRACT**

Anchored in the perspective of Cultural History and broadening the theoretical-methodological framework for the study of teaching mathematics, the present work aims to discuss the mathematics of teaching fractions from the records of a fifth year notebook of public elementary school of the municipality of Toledo in 2018. Through the entries in the notebook, we noticed little articulation between the representations of rational numbers – fractions, decimals and percentages. Even with some weaknesses, the records show that the teacher produces knowledge: when organizing the class differently than putting it in the textbook, when using printed material that will help the student understand the content of fractions, when using notebooks as part of learning and when selecting/hierarchizing the contents to be taught.

**Keywords:** Fractions; Mathematics taught; School notebooks.

### **REFLEXIONES DE FRACCIONES ENSEÑADAS EN UN CUADERNO ESCOLAR DE QUINTO GRADO**

#### **RESUMEN**

Anclado en la perspectiva de la Historia Cultural y ampliando el marco teórico-metodológico para el estudio de la enseñanza de las matemáticas, el presente trabajo tiene como objetivo discutir la matemática de la enseñanza de fracciones a partir de los registros de un cuaderno de quinto año de

---

<sup>1</sup> Graduada em Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo (UTFPR). Professora no Colégio La Salle, Toledo, Paraná, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9080-7091>. E-mail: [raquel\\_tracienski@hotmail.com](mailto:raquel_tracienski@hotmail.com).

<sup>2</sup> Doutora em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR). Professora na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo (UTFPR), Toledo, Paraná, Brasil, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7763-7777>. E-mail: [barbaradiesel@gmail.com](mailto:barbaradiesel@gmail.com).



la escuela primaria pública del municipio de Toledo en 2018. A través de las entradas en el cuaderno, notamos poca articulación entre las representaciones de números racionales: fracciones, decimales y porcentajes. Incluso con algunas debilidades, los registros muestran que el docente produce conocimiento: cuando organiza la clase de manera diferente a ponerla en el libro de texto, cuando usa material impreso que ayudará al estudiante a comprender el contenido de las fracciones, cuando usa cuadernos como parte del aprendizaje y cuando seleccionar / jerarquizar los contenidos a enseñar.

**Palabras claves:** Fracciones; Enseñanza de las matemáticas; Cuadernos escolares.

## INTRODUÇÃO

Produção autêntica do aluno, os cadernos escolares são fontes valiosas para as pesquisas em Educação matemática/ História da educação matemática, visto que refletem o que ocorre em uma sala de aula e permitem definir o currículo real<sup>3</sup> desenvolvido nas escolas (GALLEGO, JIMÉNEZ, 2017).

Um caderno escolar é um produto e produtor da cultura escolar que nasce dentro dela para realizar certas tarefas e evolui de acordo com os usos e finalidades que lhe são atribuídos. Pode ser utilizado de modo exclusivo ou parcial, até mesmo em outros contextos e com outros fins “mas só faz sentido, no seu formato, estrutura e arranjo, como suporte gráfico para as tarefas de escrita, desenho ou composição ilustrada que os alunos realizam no meio escolar e acadêmico” (RUIZ-FUNES; VINÃO, 2017, p. 15).

Dominique Julia define cultura escolar como:

[...] um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de práticas que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos; normas e práticas coordenadas a finalidades que podem variar segundo as épocas (finalidades religiosas, sociopolíticas ou simplesmente de socialização) (JULIA, 2001, p. 10).

Corroborando com a definição anterior, os estudos históricos de André Chervel (1990) sobre as disciplinas escolares mostram como a escola vai elaborando saberes ao longo do tempo e contrapõe a ideia que a escola reproduz saberes elaborados por campos disciplinares científicos (Matemática, Física, Química, etc.). Assim considera a escola como

---

<sup>3</sup> Compreendemos por currículo real aquele que foi efetivado na sala de aula pelo professor e os registros nos cadernos contribuem para essa compreensão mesmo que parcial. Por isso utilizados a analogia do espelho por meio dos reflexos.



um espaço criativo e não um lugar da inércia para mudanças, “encerrada na passividade, de uma escola receptáculo de subprodutos culturais da sociedade” (CHERVEL, 1990, p.184).

Segundo Valente (2020) tal perspectiva autoriza “a considerar a existência de uma matemática do ensino, algo distinto de ensino da matemática. A primeira, produção histórica da cultura escolar; a segunda expressão, ligada à ideia de transmissão da produção do campo disciplinar matemático para o nível escolar” (VALENTE, 2020, p.35).

É preciso considerar que na matemática do ensino, especificamente no contexto de aulas regulares da Educação Básica, a abordagem de alguns conteúdos tem revelado dificuldades quanto à aprendizagem. Nesse sentido, são frequentes os relatos de experiências de docentes<sup>4</sup> de turmas de 5.º anos, os quais mostram que os alunos não têm uma compreensão efetiva do conceito de frações. Os próprios professores relatam dificuldades com esse conteúdo que é a porta de entrada para os números racionais. A propósito disso, a incompreensão aponta múltiplas dificuldades com o cálculo de frações. Por exemplo, os conceitos de decimal e porcentagem, o uso de frações em medidas e os conceitos de razão e proporção (VAN DE WALLE, 2009). Logo, é pertinente analisar os escritos apresentados pelos alunos nos registros de cadernos para compreensão da matemática ensinada<sup>5</sup> (NOVAES; BERTINI; SIQUEIRA FILHO, 2017), ou mais especificamente no nosso caso das frações ensinadas. Como expõe Powell (2018, p. 78), “no Ensino Básico, um dos tópicos mais importantes é o conhecimento dos números fracionários. É o conhecimento chave para estudantes serem bem sucedidos na Álgebra e disciplinas matemáticas posteriores” e complementa que uma grande parte da base do pensamento algébrico depende do entendimento dos conceitos de números racionais e sobre a capacidade de operar e manipular frações.

Em se tratando do tema, surgem questionamentos a serem considerados para o reconhecimento da problemática de pesquisa, por exemplo - O aluno registra somente exercícios/problemas ou anotações referentes à parte teórica do conteúdo de frações? Qual a linguagem que o aluno utiliza para fazer os registros teóricos de frações e para resolver

---

<sup>4</sup> Um exemplo é o trabalho de Julia Daniele Esser (2018), “Saberes docentes na fala de professoras dos quintos e sextos anos: perpassando o ensino de frações” que entrevistou professores da Rede Municipal de Ensino do Município de Toledo do estado do Paraná.

<sup>5</sup> Como matemática ensinada considera-se aquela objetivada nos registros dos cadernos escolares dos alunos, aquela que resulta das relações estabelecidas no ambiente escolar e que ganha visibilidade por meio desses registros (NOVAES, BERTINI, SIQUEIRA FILHO, 2017)



questões propostas? Esses registros auxiliam até que ponto o aluno? Os professores abordam problemas de frações nos cadernos? Ensinam sobre frações equivalentes e operações?

Nos inquieta a possível falta de sentido na representação fracionária dos números racionais. Segundo Van der Walle (2009, p. 322) há uma concepção, por parte de alguns professores, que os números fracionários são pouco utilizados no contexto dos alunos. Geralmente, são tratados por meio de números decimais, ou até mesmo na forma oral, como por exemplo, a metade de um bolo. Dessa forma, as razões pela aversão as frações podem advir do conhecimento empobrecido do cálculo de frações, dos conceitos de decimal, porcentagem, do uso de frações em medidas e conceitos de razão e proporção, por conta da limitada exposição dos estudantes ao conteúdo. Diante dessas circunstâncias, justifica-se a necessidade de aprofundar os estudos relacionados às frações, principalmente no momento crucial dessa aprendizagem que ocorre nos quintos anos do Ensino Fundamental.

Tendo como pressupostos que: os cadernos escolares são produto e produtores da cultura escolar, refletem os conteúdos ensinados, estão mais próximos do currículo real, da matemática ensinada é que o presente trabalho<sup>6</sup> tem por objetivo discutir a matemática do ensino de frações a partir dos registros de um caderno do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Toledo no ano 2018.

Diante desse contexto, o estudo busca responder à questão norteadora: Que matemática do ensino de frações está registrada no caderno escolar da aluna do 5º do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Toledo?

## **O QUE DIZEM OS DOCUMENTOS OFICIAIS SOBRE AS FRAÇÕES?**

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática, do Ensino Fundamental - anos iniciais (BRASIL, 1997) prescrevem para as frações a associação da parte-todo, a leitura, a escrita e as comparações, as diferentes representações fracionárias de

---

<sup>6</sup> O presente estudo é parte do Trabalho de Conclusão de Curso vinculado ao projeto “Da passagem do quinto para o sexto ano do Ensino Fundamental: uma investigação acerca da cultura escolar, dos processos de ensino e aprendizagem e das concepções docentes e discentes”, coordenado pelo professor Doutor Rodolfo Eduardo Vertuan, aprovado no edital Universal (2016/1), do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ).



um mesmo número, a fração como um operador, as frações equivalentes, as representações gráficas, as operações aritméticas e a exploração em situações-problema.

De uma forma ampla, a situação problema apresentada não pode estar limitada. Em contrapartida, é necessário à exigência de repetição de algoritmos por parte dos alunos. Comprovar, buscar e desenvolver estratégias para se chegar a uma possível solução. É nessa circunstância que acontece o processo de aprendizagem, justo porque o aluno se colocará como sujeito e, por fim, construirá ativamente suas respostas às questões apresentadas. Por essas razões, o uso de material concreto como forma de encontrar soluções, permite diversificar experiências, fazendo com que faça parte do contexto de construção do conhecimento (BRASIL, 1997). A indicação do uso da tendência metodológica Resolução de Problemas perpassa vários trechos do documento.

Dessa forma, espera-se que o aluno desenvolva o pensamento reflexivo, que segundo Van de Walle (2009, p. 49) envolve a compreensão de ideias que possam estar relacionadas, ou seja, quando os alunos apresentam explicações ou justificativas próprias.

Os PCN estão separados em ciclos, sendo o primeiro e segundo ciclo para os anos iniciais do Ensino Fundamental (1° a 4° série, atual 1° ao 5° ano), terceiro e quarto ciclo para os anos finais do Ensino Fundamental (5° a 8° série, atual 6° ao 9° ano). No segundo ciclo, é dada sequência aos estudos dos números naturais, operações, medidas, espaço e forma e o tratamento da informação, assim como, são apresentados os números racionais em que o aluno é levado a perceber que os números naturais não são mais suficientes para resolver determinados problemas. Assim, alguns significados de frações - quociente, parte-todo, razão - e de suas representações fracionária e decimal são apresentados, focando na utilização da fração como parte-todo (BRASIL, 1997).

O currículo da AMOP<sup>7</sup> (2015) é direcionado para os anos iniciais do Ensino Fundamental, e é organizado por eixos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação. A introdução dos números racionais ocorre no primeiro e segundo ano pela representação fracionária no que tange à relação das partes com o todo e do todo com as partes (meios, terços e quartos) conforme quadro 1.

---

<sup>7</sup> A AMOP - Associação dos Municípios do Oeste do Paraná, foi fundada em 1969, representa 54 municípios da região oeste do Paraná e é sediada em Cascavel. A entidade é considerada modelo internacional pelo BID (Banco Internacional de Desenvolvimento) em “eficiência e gestão por desenvolver programas e iniciativas permanentes em defesa do municipalismo e dos interesses dos municípios associados” (AMOP, 2015, p. 11).



Os conteúdos a serem estudados são separados em “conteúdos mínimos e especificações dos aspectos a serem estudados” nos anos iniciais, sendo representados em tabelas com letras que indicam a sua dificuldade. Sendo, I de introduzir, momento em que o aluno se familiariza com os conceitos, por meio da manipulação de materiais e situações da vivência no ambiente escolar e do seu entorno; T de trabalhar, nessa fase é um momento de reflexões sobre a função social do conteúdo e o desenvolvimento do conceito; e o A/C de aprofundar consolidando, momento em que se retoma e aprofunda o conteúdo (AMOP, 2015, p. 266).

**Quadro 1 – Currículo da AMOP - Números racionais**

Conteúdos			Ano				
			1°	2°	3°	4°	5°
Números racionais <sup>8</sup>	Representação decimal	Por desenhos e na reta numérica			I	I	T
		Representação de frações na forma de números decimais, estabelecendo relação com o Sistema de numeração decimal (uso de vírgula)			I	I	T
		Escrita e leitura			I	T	T
		Adição e subtração em situações do cotidiano			I	I	T
		Multiplicação e divisão em situações do dia a dia			I	I	T
	Representação fracionária	Significado de frações				T	T
		Relação das partes com o todo e do todo com as partes (meios, terços e quartos)	I	I	T	A/C	A/C
		Leitura e escrita de frações			I	T	T
		Frações equivalentes				I	T
		Adição de frações homogêneas				I	T
		Subtração de frações homogêneas				I	T
	Porcentagem	Cálculo do dobro, triplo, metade, terça parte			I	T	T
		Compreensão e aplicação a partir de fração centesimal				I	T
		Relações entre porcentagens, frações, números decimais e medidas $\frac{50}{100}m \leftrightarrow 50\%m \leftrightarrow \frac{1}{2}m \leftrightarrow 0,5m \leftrightarrow 50cm$ e outros.				I	T

**Fonte:** AMOP (2015, p. 268)

<sup>8</sup> Apesar de o quadro 1 apresentar na ordem a representação decimal e depois a fracionária, não há uma indicação no currículo da AMOP de qual delas deveria ser trabalhada primeiro.



Como pode ser observado no quadro 1, do 1º ao 4º ano os conteúdos são introduzidos e no 5º ano os conteúdos mudam de nível de dificuldade para trabalhar, com exceção do conteúdo “Relação das partes como o todo e do todo com as partes (meios, terços e quartos)” que tem a indicação para aprofundamento consistente no 4º e 5º ano.

Segundo o currículo da AMOP:

O trabalho com os números racionais deve se dar de modo articulado entre a representação fracionária, a representação decimal, a porcentagem em contextos de medidas, para que o mesmo possa ter significado para os educandos. Quanto às operações de números racionais a ênfase deve se dar acerca da representação decimal, no caso da representação fracionária, explorar situações em que apareçam frações homogêneas, ou em situações de frações heterogêneas explorar por meio das classes de equivalência (AMOP, 2015, p. 262).

O currículo sugere que seja as representações decimal, fracionária e a porcentagem do número racional sejam trabalhadas de forma articulada e que nas operações seja priorizada a representação decimal. No que tange às operações com frações heterogêneas utilizar as classes de equivalência.

## **PERCURSO TEÓRICO-METODOLÓGICO: uso de cadernos escolares**

Para compreensão da matemática ensinada nos cadernos escolares direcionamos o estudo na perspectiva da história cultural<sup>9</sup> alargando o referencial teórico-metodológico com o conceito de matemática do ensino de frações. Esta última entendida como a articulação da matemática a e para ensinar, “a primeira mais diretamente ligada ao campo disciplinar, à matemática; a segunda, articulada à profissão docente” (BERTINI, MORAIS; VALENTE, 2017, p. 9).

A matemática a ensinar e a matemática para ensinar tem por pressuposto os saberes a e para ensinar. De acordo com Hofstetter e Schneuwly (2017), os saberes a ensinar se referem aos saberes, objetos do seu trabalho, produzidos pelas disciplinas universitárias, em

---

<sup>9</sup> O estudo que realizamos, orientado pela perspectiva histórico-cultural (CHARTIER, 2002), tem como lugar social (CERTEAU, 1982), o campo da Educação Matemática ao considerar como práticas científicas, o conjunto de regras que permite controlar operações destinadas à produção de uma História da educação matemática.



diferentes campos científicos, considerados importantes para a formação de professores. Os saberes para ensinar tem por especificidade a docência, ligam-se àqueles saberes próprios para o exercício da profissão, tratam-se de saberes que são ferramentas do seu trabalho. No caso deste estudo, os saberes relativos à matemática do ensino de frações materializadas nos cadernos escolares.

Considerando o caderno como dos dispositivos responsáveis pelas aprendizagens em curso, Chartier (2003, p. 101) identifica que as disposições gráficas são exemplos em que o caderno é produtor da cultura escolar além de ser um produto da cultura escolar. Um exemplo das disposições gráficas em matemática seria a confecção de um gráfico, a organização da resolução de um problema, o traçado de uma figura geométrica a mão livre. Essas são aprendizagens gráficas que são possíveis somente com o uso dos cadernos.

Para Novaes, Bertini e Siqueira Filho (2017), uma hipótese é a de que os cadernos escolares podem auxiliar no contato e na análise da “matemática ensinada”. É justamente esse acesso à tarefa escolar que poderá oferecer indícios ao pesquisador sobre os saberes resultantes desta interação. Sinalizam que há várias aprendizagens que ocorrem com o uso dos cadernos: fazer gráficos, ordenar, classificar, indexar, copiar, organizar, nominar, fazer tabelas, gráficos, colunas.

Valente (2016) afirma que os saberes da formação podem ser analisados considerando-se a matemática que o professor ensina. Neste sentido, os cadernos escolares dos alunos seriam uma possibilidade por se constituírem como uma forma de acesso à matemática ensinada, como defendemos anteriormente. Vale ressaltar que “[...] a matemática que o professor mobiliza no ensino não pode ser identificada com a matemática de formação que o professorando recebe; será preciso investigar o uso que o docente faz dessa formação, lida na relação que esse profissional estabelece com o saber” (VALENTE, 2016, p. 14) e que pode ser discutida, também, a partir das tarefas escolares.

O presente estudo privilegiou para análise, o caderno escolar de uma aluna do quinto ano, do Ensino Fundamental, de 2018, de uma escola da rede municipal de ensino, do município de Toledo, no estado do Paraná. Carinhosamente iremos chamar aluna de Hipátia<sup>10</sup>. O caderno possui 142 páginas escritas contando a capa e contracapa. A primeira data registrada é de 15 de fevereiro de 2018 e a última é 12 de dezembro de 2018. Neste

---

<sup>10</sup> Nome fictício que remete a uma grande matemática grega, a Hipátia de Alexandria.



caderno quantificamos 34 folhas de atividades propostas pela professora que foram disponibilizadas aos alunos dos mais diferentes formatos o que pode denotar o registro de uma prática de trazer problemas e atividades para além do livro didático. Outra característica presente no caderno são as correções e carimbos de visto no caderno. As atividades impressas são intercaladas por indicações de tarefas no livro didático.

Os registros do caderno da aluna foram cotejados com a legislação vigente (PCN, currículo da AMOP) e o livro didático<sup>11</sup> adotado pelas escolas com o intuito de verificar as aproximações e distanciamentos do conteúdo registrado nos cadernos (currículo real) e o previsto oficialmente. Como as frações estão sendo abordadas nos cadernos? Trata-se de um primeiro exercício que envolve a identificação de tipos de tarefas, dos conteúdos matemáticos envolvidos, se estão (ou não) em acordo com as prescrições e orientações e como são trabalhados.

No quadro 2 procuramos resumidamente descrever os grandes temas abordados nos cadernos e os tempos escolares.

**Quadro 2 – Conteúdos abordados no caderno por período**

	<b>Conteúdo</b>	<b>Período</b>
<b>Caderno de Hipátia</b>	Sistema de numeração decimal sistema monetário <sup>12</sup> , expressões numéricas, operações adição, subtração, divisão e multiplicação, problemas; números romanos	15/02/2018 - 02/04/2018
	Medidas de comprimento, tempo, massa e capacidade; gráficos e tabelas; área; perímetro; média	04/04/2018 - 18/07/2018
	Frações; Fração de um número; fração de quantidades; todo; frações equivalentes; simplificação de frações; comparação de frações; soma e subtração de frações; problemas	01/08/2018 - 05/09/2018
	Porcentagem	17/09/2018 - 17/10/2018
	Geometria; sólidos geométricos; poliedros; retas; planificação; ângulos; localização.	22/10/2018 - 12/12/2018

<sup>11</sup> Para saber mais informações sobre o livro didático adotado pelas escolas consultar o trabalho de Amrein (2017). A autora fez uma análise dos livros didáticos de matemática dos quintos e sextos anos adotados pela maioria das escolas públicas do município de Toledo do estado do Paraná. O estudo considera que os livros trazem múltiplos exercícios e poucos problemas. Dessa forma, o aluno trabalha mais o cálculo e não faz relações do conteúdo com situações-problema, que podem ocorrer no dia-a-dia. Assim, por exemplo, uma receita, divisões de uma pizza (todo contínuo) e divisões de conjuntos (todo discreto), pode ser incompreendida pelos estudantes.

<sup>12</sup> Estávamos na expectativa que após o estudo das frações seria abordado a representação decimal antes do ensino da porcentagem, mas isso não ocorreu. Os números decimais foram abordados somente no contexto do sistema monetário. Van de Walle (2009) alerta que relacionar a representação decimal somente com o sistema monetário é prejudicial à aprendizagem dos números racionais.

**Fonte:** Elaboração pelas autoras

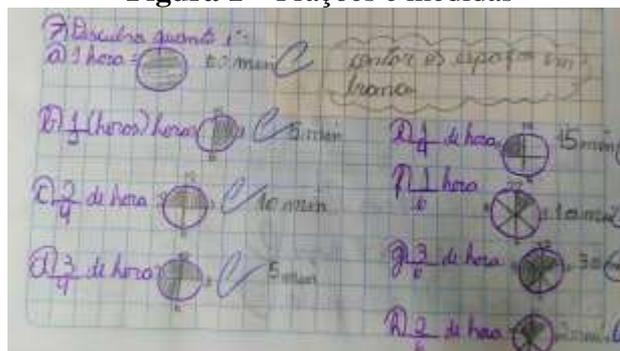
O livro didático adotado pela escola se trata do Projeto Coopera – matemática da Editora Saraiva, do ano de 2014 e aprovado no Plano Nacional do Livro Didático (2016, 2017, 2018) escritos pelas professoras Eliane Reame (doutora em Ensino de Ciências e Matemática, Licenciada em Matemática e Pedagoga) e Priscila Montenegro (Pedagoga e professora do Ensino Fundamental I) (REAME, MONTENEGRO, 2014). O livro é composto por nove unidades e a ordem da apresentação dos conteúdos é diferente da apresentada no caderno analisado.

Definido o percurso teórico-metodológico e as informações preliminares que subsidiaram a próxima sessão, seguimos para a apresentação das descrições dos registros que consideramos mais significativos para reconstituir as frações ensinadas no caderno de Hipátia.

## **REGISTROS ESCRITOS PRODUZIDOS POR HIPÁTIA NO QUE TANGE AS FRAÇÕES**

Conforme registrado no caderno de Hipátia, no dia 20 de abril de 2018 ocorreu a primeira atividade envolvendo as frações num contexto de horas conforme registrado na figura 1.

**Figura 1** – Frações e medidas



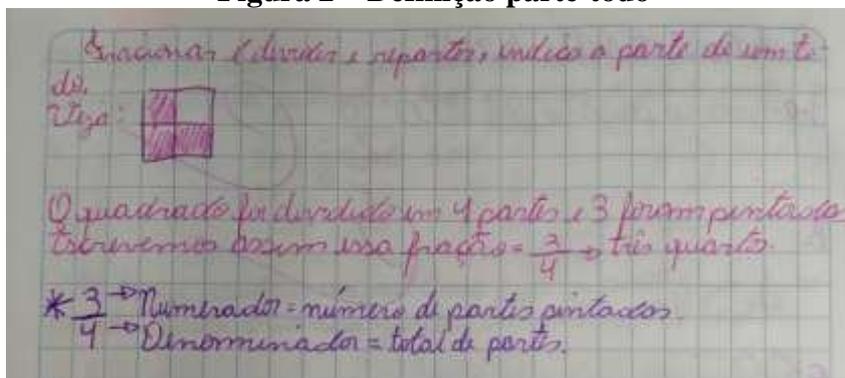
**Fonte:** Hipátia (2018, p. 39)

No dia 23 de abril de 2018 a representação fracionária foi mobilizada num contexto de medidas de comprimento. O mesmo ocorreu no dia 18 de junho de 2018 quando a

professora introduziu as medidas de capacidade. No dia 16 de julho de 2018 quando abordado o conteúdo de tratamento da informação foi abordado um problema que envolveu um gráfico de setores. Assim como previsto no currículo da AMOP (2015) as frações foram mobilizadas num contexto de medida. Segundo Cyrino et al (2014), é importante criar situações que possibilitem às crianças oportunidades para construir diversos significados para as frações, de modo que possam transitar e estabelecer conexões entre eles e compreender como os significados influenciam as operações.

Foi na primeira aula do terceiro bimestre (01 de agosto de 2018) que as frações foram oficialmente anunciadas, com cabeçalho em caixa alta: “FRAÇÃO”.

**Figura 2 – Definição parte-todo**



**Fonte:** Hipátia (2018, p. 85)

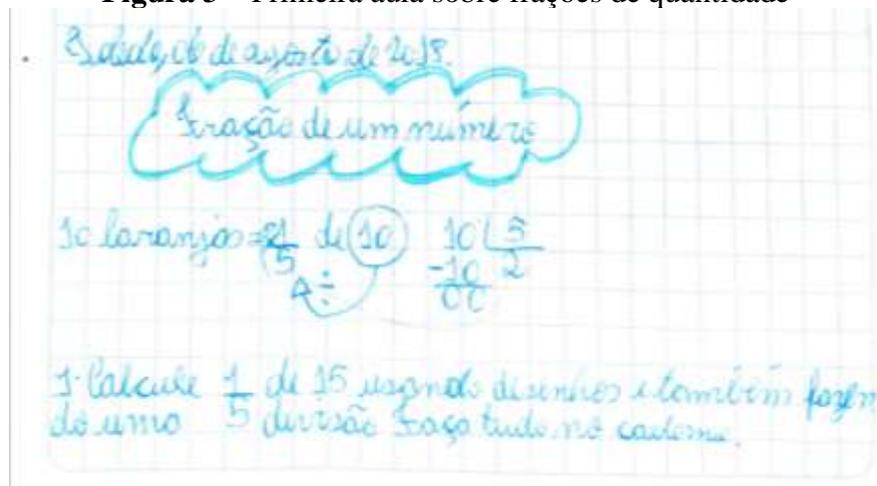
A definição “Fracionar é dividir e repartir, indica a parte de um todo” (Figura 2) não remete a dividir o todo em partes equivalentes, o que poderia gerar um obstáculo na aprendizagem dos alunos. Complementando a definição há uma representação geométrica do todo contínuo e um exemplo seguido da leitura de frações próprias com numeradores maiores e menores que 10. No início do estudo de frações em que geralmente está presente o subconstruto parte-todo (medida), é primordial que o aluno entenda que devemos dividir o todo, contínuo ou discreto, em partes de igual tamanho e que, nesse caso, a fração é uma representação de uma ou mais dessas partes, tomando-se por referência uma delas (CYRINO et al, 2014).

Na semana seguinte (06/08/2018), o conteúdo abordado foi a “fração de um número” (Figura 3), ou seja, a fração como operador. Desse modo, por exemplo,  $\frac{1}{5}$  de 10. Após a professora ter apresentado a regra presente na página 124 do livro didático “

$\frac{1}{4}$  de 12 =  $12 \div 4 = 3$ ”, propôs o exercício “1 – Calcule  $\frac{1}{5}$  de 15 usando desenhos e também fazendo divisão. Faça tudo no caderno” (HIPÁTIA, 2018, p. 89). Os cadernos são reflexos da aula, não temos como afirmar se a professora utilizou de materiais didáticos para elucidar o conteúdo abordado.

No livro didático, primeiramente é trabalhada a ideia de todo (inteiro) (REAME, MONTENEGRO, 2014, p. 120), uma coleção de carrinhos (10/10), uma coleção de lápis ( $\frac{15}{15}$ ), seguida da comparação de frações com o mesmo denominador, exemplos pictóricos de frações de quantidade para depois ser apresentada a regra desse conteúdo (REAME, MONTENEGRO, 2014, p. 124).

**Figura 3** – Primeira aula sobre frações de quantidade



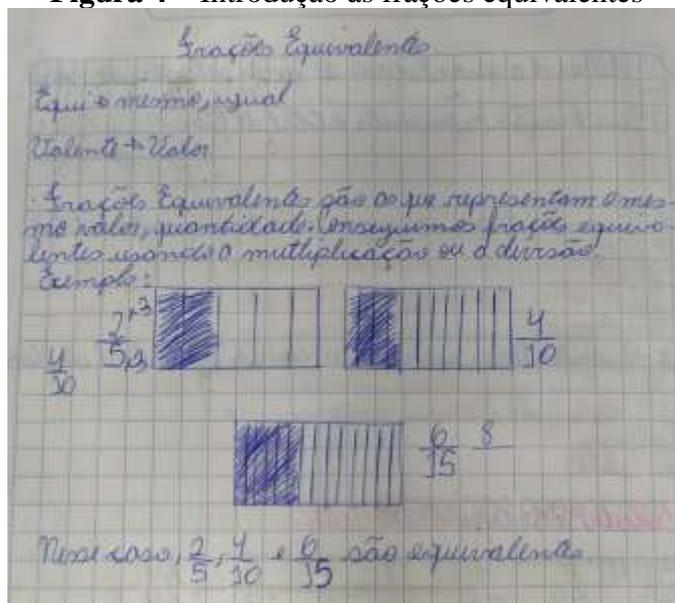
**Fonte:** Hipátia (2018, p. 89)

No mesmo dia, a professora propôs um problema monetário que envolvia o gasto de  $\frac{3}{4}$  de R\$100,00 utilizando o mesmo processo dos exemplos, além de uma lista de quatro problemas impressos de outras fontes envolvendo frações de tempo, distância, população e tanque de combustível.

Em 10 de agosto de 2018 a professora traz mais exercícios impressos sobre a “fração de quantidades” e os alunos valem-se da regra apresentada na atividade para resolução. Espera-se que o aluno desenvolva o pensamento reflexivo, que segundo Van de Walle (2009, p. 49) envolve a compreensão de ideias que possam estar relacionadas, ou seja, quando os alunos apresentam explicações ou justificativas próprias, mas o uso exacerbado de regras não auxilia nesse desenvolvimento por parte do aluno.

No dia 13 de agosto de 2018 a professora retoma a explicação sobre o inteiro discreto, “Jair tem uma coleção de carrinhos. Essa coleção representa um inteiro. A fração que representa esse inteiro é  $\frac{10}{10}$  (dez décimos).  $\frac{2}{10}$  da coleção são carrinhos amarelos” (REAME; MONTENEGRO, 2014, p. 120) que é justamente o trecho do livro citado anteriormente, indicado para introduzir o conteúdo apresentado. A explicação vem seguida por uma bateria de exercícios do livro didático para identificar as partes, todas com frações próprias, sendo que alguns têm a indicação para utilizar a representação geométrica. A professora retoma a regra para as frações de quantidade e é a primeira e única vez que aparece uma fração imprópria no caderno da aluna.

Segue-se até o dia 20 de agosto com baterias de exercícios e problemas extras sobre frações de quantidades que a professora disponibilizou impresso aos alunos, além de exercícios sobre comparação de frações com o mesmo denominador. Nesse mesmo dia inicia-se o estudo das frações equivalentes (Figura 4). A professora define as frações equivalentes como “Equi - mesmo, igual” e “Valente - valor”, ou seja, “Frações Equivalentes são os que representam o mesmo valor, quantidade. Conseguimos frações equivalentes usando a multiplicação e a divisão” (HIPÁTIA, 2018, p. 102) e segue com representações geométricas e os exemplos utilizados foram  $\frac{2}{5}$  equivalente a  $\frac{4}{10}$  equivalente a  $\frac{6}{15}$ .

**Figura 4** – Introdução às frações equivalentes

Fonte: Hipátia (2018, p. 102)



No entanto, o caderno é um reflexo do que ocorreu na aula, mas não o processo real, ou seja, o que realmente aconteceu na aula. Não sabemos o que a professora enfatizou na aula para comparar as frações e concluir que elas são equivalentes, então supomos que deveria estar nos referindo ao mesmo todo. Na representação gráfica do caderno da aluna, cada imagem tem um tamanho diferente e as partes não têm o mesmo tamanho, mas muito próximo. Essa diferença pode ter sido causada por imprecisões no uso da régua. Outra questão que merece atenção é **a apresentação precoce do uso da regra e de forma incompleta**, “conseguimos frações equivalentes usando multiplicação e divisão”. A regra diz que devemos multiplicar ou dividir o numerador e o denominador da fração pelo mesmo número.

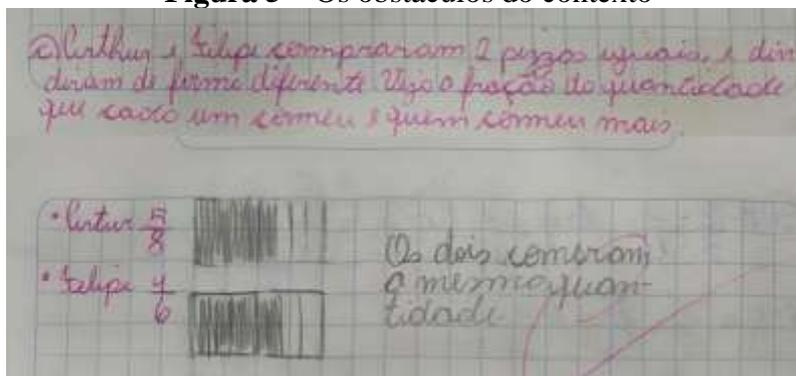
Van de Walle (2009) propõe toda uma construção do conceito de frações equivalentes com o uso de materiais didáticos. Fica a dúvida, será que a professora utilizou materiais didáticos para ensinar frações? Tiras de papel? O estudo das frações equivalentes neste caderno durou uma página e um décimo da outra. Depois disso, foi proposto um exercício para comparar frações e dizer se eram equivalentes. Rapidamente, por meio da regra, a atividade foi cumprida. Vale lembrar que no currículo da AMOP (2015) as frações equivalentes devem ser introduzidas no quarto ano com o uso de materiais didáticos e no quinto ano o conteúdo deve ser trabalhado novamente, “momento de reflexões sobre a função social do conteúdo e o desenvolvimento do conceito” (AMOP, 2015, p. 266). Somente pelos registros dos cadernos não podemos saber o que realmente ocorreu.

A fração faz parte de uma ampla rede de ideias, conceitos, propriedades, representações, e para compreendê-las é preciso um processo de aprendizagem de longo prazo. Nesse sentido, é preciso que o professor, ao organizar o ensino desse tema, leve em conta essas questões e garanta às crianças o tempo que elas precisam para construir e se sentir capazes de lidar com ideias e formas de pensamento importantes (CYRINO et al, 2014).

No dia 22 de agosto de 2018, a professora propõe três situações problemas sobre frações de quantidade discretas e contínuas. O enunciado do último problema é: “Arthur e Felipe compraram duas pizzas iguais, e dividiram de forma diferente. Veja a fração da quantidade que cada um comeu e quem comeu mais” (HIPÁTIA, 2018, p. 104).

Conforme figura 5, a aluna respondeu que os dois comeram a mesma quantidade. Será que a professora disse oralmente que os dois comeram “quase” a mesma quantidade e

o aluno anotou “a mesma quantidade”? O que levou a professora e/ou o aluno a considerar a resposta correta? Por aproximação, os dois amigos comeram praticamente a mesma quantidade, mas as frações não são equivalentes, logo, a aluna respondeu de forma errada matematicamente. A representação figural está correta, mas induz à confusão. Pode ser que nesse caso a contextualização causou um obstáculo na aprendizagem do aluno, pois fez que respondesse que  $\frac{5}{8}$  era equivalente a  $\frac{4}{6}$  mas, isso não é matematicamente correto. Esse erro pode ocorrer inclusive com materiais manipuláveis cujas frações são muito próximas, por exemplo, numa régua de frações,  $\frac{1}{12}$  e  $\frac{1}{10}$  são muito parecidos, muito próximos e isso pode induzir o aluno ao erro.

**Figura 5** – Os obstáculos do contexto

Fonte: Hipátia (2018, p. 104)

O número de problemas propostos sobre frações de quantidades pela professora é bastante expressivo se comparado com outros conteúdos. Foram seis folhas de atividades impressas, mais problemas propostos diretamente no caderno e indicações de atividades no livro didático. Nos perguntamos: qualidade do material impresso que chega às mãos do professor?

Após quase um mês ensinando Frações, a professora retoma o conteúdo de equivalentes com atividades impressas com a seguinte definição “Frações equivalentes são frações diferentes que representam a mesma parte do inteiro”. Em seguida há três atividades para comparar as frações, e utilizar a regra para encontrar as frações equivalentes multiplicando ou dividindo o numerador e denominador pelo mesmo número. Nos registros dos cadernos não há indícios do uso de materiais didáticos ou representações geométricas para elucidar o conceito apresentado. Após uma bateria de exercícios sobre as regras na aula do dia 31 de agosto a professora formaliza a simplificação de frações e o que seria uma

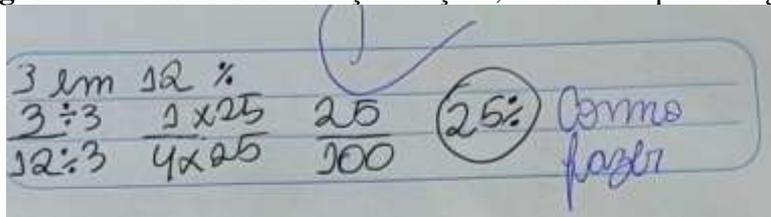
fração irredutível utilizando a regra “divide o numerador e denominador pelo mesmo número”. Pelo currículo da AMOP (2015) as frações equivalentes seriam introduzidas no quarto ano e por a professora estar revisitando esses conteúdos talvez se justifique o uso direto da regra para frações equivalentes.

Na aula do dia 31 de agosto, a professora propôs um desafio: ao lado da atividade inicia-se uma discussão sobre mínimo múltiplo comum (MMC) para resolução de operações com frações com denominadores diferentes. Não é mobilizado as frações equivalentes para resolução das operações e sim o MMC. Percebe-se que o aluno tenta tirar o MMC com o numerador e o denominador da mesma fração, demonstrando não entender a ideia do que está acontecendo. Por que a professora não introduziu as operações utilizando as frações equivalentes? Essa atividade não foi corrigida muito menos o conteúdo de operações com frações foi retomado (05 de setembro de 2018).

No dia 17 de setembro, foi iniciado o conteúdo de porcentagem. Na segunda aula foi apresentada a regra para a porcentagem “valor multiplicado pela porcentagem e dividido por 100” seguido de vários exercícios de aplicação da regra, inclusive a regra enfatizada em um exercício proposto impresso no caderno, conforme outros mencionados anteriormente.

Em outro exercício aparecem as simplificações e relações de equivalência para transitar entre a representação fracionária e a representação percentual do número racional. Pela anotação “como fazer” (Figura 6), novamente a professora deu ênfase à regra. Até o dia 22 de outubro, foram propostos problemas e exercícios relacionados à porcentagem em contextos diversos (compra, desconto, acréscimo, tratamento da informação, probabilidade).

**Figura 6** – Como fazer a relação frações, decimais e porcentagem



**Fonte:** Hipátia (2018, p. 117)

Segundo Cyrino et al (2014), para muitos alunos, as frações representam um grande obstáculo na aprendizagem da Matemática, e aqueles que tiveram uma trajetória escolar sem grandes tropeços, afirmam que isso ocorreu porque memorizavam muito do que esperavam que soubessem.

No currículo da AMOP (2015) há a indicação de que seja dada ênfase à representação decimal dos números racionais por ser a mais utilizada. No caderno de Hipátia não ocorre a articulação das representações decimais e fracionárias dos números racionais. Os números decimais são apresentados no início do ano num contexto de medidas – Sistema Monetário Brasileiro. As frações são articuladas de certa forma com a porcentagem.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo se propôs a responder a seguinte questão: Que matemática do ensino de frações está registrada no caderno escolar da aluna do 5º do Ensino Fundamental de uma escola pública do município de Toledo?

No caderno de Hipátia a matemática que o professor ensina introduz as frações no quinto ano por meio das medidas (tempo, comprimento, capacidade, etc.) e tratamento da informação assim como preconiza o currículo da AMOP. O uso de atividades impressas dos mais diferentes formatos foi um recurso bastante utilizado pela professora. Não é possível afirmar se são de autoria própria, ou de outras fontes, justo porque, atividades nesse estilo são encontradas com facilidade na internet. Não ocorre a articulação entre a representação fracionária e a decimal do número racional. A representação decimal é abordada no início do ano num contexto do Sistema Monetário Brasileiro. As frações são relacionadas com a porcentagem em poucos registros do caderno. Para a resolução de operações de adição de frações com denominadores diferentes foi utilizada a técnica do Mínimo Múltiplo Comum ao invés das frações equivalentes.

Em vários trechos dos registros nos deparamos com o uso de regras para ensinar frações seguidas de descrições de como deveria ocorrer o passo a passo do procedimento. Parece que a matemática registrada no caderno da aluna denota ausências nos saberes da formação inicial no que tange à matemática do ensino das frações e de sua articulação com a representação decimal e a porcentagem e dos diferentes registros.

Mesmo com algumas fragilidades, os registros denotam que a professora produz saberes: ao organizar a aula de forma diferente que a posta no livro didático, ao usar impressos que vão auxiliar no entendimento do aluno sobre o conteúdo de frações, ao utilizar



os cadernos como constituinte da aprendizagem, ao selecionar e hierarquizar os conteúdos a serem ensinados.

## REFERÊNCIAS

AMOP - Associação dos Municípios do Oeste do Paraná. Departamento de Educação. **Currículo básico para a escola pública municipal: Educação infantil e ensino fundamental - anos iniciais**. Cascavel: AMOP, 2015. p. 262 – 579.

AMREIN, A. L. **A Abordagem do Ensino de Frações em Livros Didáticos de 5º e 6º anos**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2017.

BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; & VALENTE, W. R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Ensino de primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**, 1º e 2º Ciclos. Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: SEF/MEC, 1998.

CERTEAU, M. A operação historiográfica. In: CERTEAU, Michel de. **A Escrita da História**. Rio de Janeiro: Forense-Universitária. 1982.

CHARTIER, A. Exercices écrits et cahiers d'élèves: réflexions sur des pratiques de longue durée. **Le Télémaque**, n. 24, v. 2, 2003, p. 81-110. DOI 10.3917/tele.024.0081. Disponível em: <https://www.cairn.info/revue-le-telemaque-2003-2-page-81.htm>. Acesso em: 03 jan. 2017.

CHARTIER, R. **A história cultural: entre práticas e representações**. 2. ed. Tradução de Maria Manuela Galhardo. Lisboa/ Rio de Janeiro: Difel/ Bertrand Brasil S.A., 2002.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa in Teoria & Educação**. N. 2. Porto Alegre: Pannonica, 1990.

CYRINO, M. C. C. et al. **Formação de Professores em Comunidades de Prática: Frações e Raciocínio Proporcional**. Londrina: UEL, 2014. p. 37 – 63.

ESSER, J. D. **Saberes docentes na fala de professoras dos quintos e sextos anos: perpassando o ensino de frações**. 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2018.

GALLEGO, D. C.; JIMÉNEZ, E. S. Las Matemáticas en un libro de clase” freinetiano. In: GALLEGU, D. C.; MARTÍNEZ, J. D. L.; RUIZ-FUNES, M. J. M; IBÁÑEZ, R. S.; JIMÉNEZ, E. S.; VIÑAO FRAGO, A. (Org.). **Los cuadernos escolares: entre el texto y la imagen**. Múrcia/Espanha, EDITUM, 2017. v. 1, p. 75-96.

HIPÁTIA. Caderno de matemática do quinto ano. Toledo, 2018.

HOFSTETTER, R. e SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: R. Hofstetter e W. R. Valente (Orgs.). **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da



Física, 2017, p.113-172.

JULIA, D. A Cultura Escolar como Objeto Histórico. **Revista Brasileira De História Da Educação**, 1(1), p.9-43, 2001.

NOVAES, B. W. D.; BERTINI, L. F.; & SIQUEIRA FILHO, M. G. Cadernos de alunos com registros de aulas de matemática: textos e contextos. In: Rios, D. F. et al. (Orgs.), **Cadernos escolares e a escrita da história da educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

POWELL, A. B. Melhorando a Epistemologia de Números Fracionários: uma Ontologia Baseada na História e Neurociência. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)**. n. 29, p. 78 – 93, set./dez. 2018. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/148/130>. Acesso em: 10 abr. 2021.

REAME, E. MONTENEGRO, P. **Projeto coopera: matemática, 5 ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 1 ed. São Paulo: Saraiva. 2014.

RUIZ-FUNES, M. J. M.; VIÑAO, A. Los cadernos escolares como fuente histórica. In: GALLEGO, D. C.; MARTÍNEZ, J. D. L.; RUIZ-FUNES, M. J. M; IBÁÑEZ, R. S.; JIMÉNEZ, E. S.; VIÑAO FRAGO, A. (Org.). **Los cuadernos escolares: entre el texto y la imagen**. Murcia/Espanha, EDITUM, 2017. v. 1, p. 31-36.

VALENTE, W. R. Relações entre a formação e à docência em Matemática: Perspectivas de análise com o uso de cadernos escolares. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC)**, ano 11, n. 23, p. 6-19, set/dez.2016. Disponível em: <http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/77/53>. Acesso em: 18 jun. 2019.

VALENTE, W. R. A matemática do ensino e o ensino de matemática: as frações nos primeiros anos escolares, segunda metade do século XIX. **Historia de la Educación**, v. 39, p. 31-44, 2020.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed. 2009.