



## **SABERES PROFISSIONAIS DA DOCÊNCIA: como introduzir as frações em tempos da pedagogia intuitiva**

Denise Medina França<sup>1</sup>

Késia Ramires<sup>2</sup>

Edilene Simões Costa dos Santos<sup>3</sup>

### **RESUMO**

Este trabalho se mostra como um resultado de pesquisa que tem por finalidade ilustrar e discutir aspectos históricos acerca do que se pretendia para o ensino das frações no período da pedagogia intuitiva. Assume, como aporte teórico-metodológico, categorias que emergem da história social da educação e da história cultural: a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. Neste texto, busca-se um primeiro diálogo com as perguntas: Em tempos de pedagogia intuitiva, como os manuais didáticos propunham a introdução do ensino de frações? Que prerrogativas os professores deveriam conhecer para ensinar/introduzir esse assunto matemático? Que contribuições nosso estudo pode fornecer ao campo científico da história da educação matemática e ao campo profissional da docência (de professores que ensinam matemática)?

**Palavras-chave:** Saber profissional; Fração; Método intuitivo.

### **PROFESSIONAL KNOWLEDGE OF TEACHING: how to introduce fractions in times of intuitive pedagogy**

### **ABSTRACT**

This work is shown as a result of research that aims to illustrate and discuss historical aspects about what was intended for the teaching of fractions in the period of intuitive pedagogy. It assumes, as a theoretical and methodological contribution, categories that emerge from the social history of education and cultural history: mathematics to teach and mathematics to teach. In this text, a first dialogue is sought with the questions: In times of intuitive pedagogy, how did textbooks propose the introduction of the teaching of fractions? What prerogatives should teachers know to teach / introduce this mathematical subject? What contributions can our study provide to the scientific field of the history of mathematics education and to the professional field of teaching (of teachers who teach mathematics)?

**Keywords:** Professional knowledge; Fraction; Intuitive method.

---

<sup>1</sup> Doutora em Educação (USP). Professora do Programa de Pós-graduação em Educação da UERJ-RJ, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1649-5816>. E-mail: [denisemedinafranca@gmail.com](mailto:denisemedinafranca@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação para Ciência e Matemática (UEM). Professora da UFMS, Ponta Porã, Mato Grosso do Sul, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1528-5136>. E-mail: [kesiaramires@hotmail.com](mailto:kesiaramires@hotmail.com)

<sup>3</sup> Doutora em Educação em Ciências e Matemática (UnB). Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFMS, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0509-0098>. E-mail: [edilenesc@gmail.com](mailto:edilenesc@gmail.com)



## **CONOCIMIENTO PROFESIONAL DE LA ENSEÑANZA: cómo introducir fracciones en tiempos de pedagogía intuitiva**

### **RESUMEN**

Este trabajo se presenta como resultado de una investigación que tiene como objetivo ilustrar y discutir aspectos históricos sobre lo que se pretendía para la enseñanza de las fracciones en el período de la pedagogía intuitiva. Asume, como aporte teórico-metodológico, categorías que surgen de la historia social de la educación y la historia cultural: matemáticas para enseñar y matemáticas para enseñar. En este texto se busca un primer diálogo con las preguntas: En tiempos de la pedagogía intuitiva, ¿cómo proponían los libros de texto la introducción de la enseñanza de las fracciones? ¿Qué prerrogativas deben conocer los profesores para enseñar / introducir esta asignatura matemática? ¿Qué aportaciones puede aportar nuestro estudio al campo científico de la historia de la educación matemática y al campo profesional de la docencia (de los profesores que enseñan matemáticas)?

**Palabras claves:** Conocimiento profesional; Fracción; Método intuitivo.

### **1. INTRODUÇÃO**

Este trabalho tem por finalidade ilustrar e discutir aspectos históricos acerca do que se pretendia para o ensino das frações no período da pedagogia intuitiva, período este em que se difundia um novo método para o ensino. O método, denominado de *ensino pelo aspecto, lições de coisas* ou *intuitivo*, teve como precursor o educador suíço Johann Heinrich Pestalozzi. Apropriado por outros professores e estudiosos, também se difundiu nos Estados Unidos, por meio de Norman Allison Calkins, e, no Brasil, primeiramente por meio de Rui Barbosa de Oliveira.

Configurou-se como uma proposta reformista para a Europa, capaz de reverter a ineficiência do ensino escolar da época, qualificar melhor os indivíduos para o trabalho industrial e para compreender a organização social. Pretendia-se, com a implantação do novo método, um ensino concreto, racional e ativo, valorizando a observação e o trabalho. Pela observação, buscar-se-ia, com a criança, "progredir da percepção para a ideia, do concreto para o abstrato, dos sentidos para a inteligência, dos dados para o julgamento" (VALDEMARIN, 2014, p. 88). Pelo trabalho, os alunos realizariam "atividades concretas, similares àquelas da vida adulta" (ibid., p. 88). Em síntese, o método intuitivo pressupunha direcionar o desenvolvimento da criança de modo que a observação gerasse o raciocínio e,



o trabalho, preparasse o futuro produtor, tornando-se indissociáveis o pensar e o construir (ibid., p. 88).

Com essa concepção, o ensino foi ressignificado. Os saberes pedagógicos, emanados de uma então pedagogia intuitiva, articulavam-se a outros mais específicos, como o das frações, da geometria, das medidas, etc., provocando uma fusão entre saberes que se tornaram ferramentas para o ato de ensinar. Dessa fusão, possibilidades foram recomendadas, circularam por meio de manuais didáticos e alcançaram diferentes níveis de ensino.

Nesse período, assim como em outros tempos, os manuais didáticos faziam as vezes de um material preparatório e de instrumento de trabalho dos professores. Era por meio deles que métodos, filosofias de ensino, assuntos a serem ensinados, recomendações e outras textualizações pautavam a prática dos formadores de professores, como também dos próprios professores que atuavam nas escolas.

Assim, reconhecemos os manuais didáticos como fontes privilegiadas para extrairmos informações sobre as concepções de ensino que desenharam alguns períodos histórico-educacionais. Dessas informações, podemos filtrar elementos, analisá-los e sistematizá-los em formato de resultados. Dito de outro modo, podemos sistematizar saberes objetivados<sup>4</sup>, capazes de serem lidos e compreendidos como constituintes de uma história. Uma análise dessas fontes, por exemplo, pode indicar saberes que compõem a trajetória de ensino, bem como proporcionar uma narrativa da história da profissionalização dos professores que ensinam matemática.

Aliada a uma análise documental, a historiografia que vimos compondo procura compreender os movimentos de constituição histórica dos saberes profissionais docentes, *saberes a ensinar e saberes para ensinar* (HOFSTETTER; SCHNEUWLY, 2017). Porém, ao investigarmos saberes inerentes à profissão do ensino e da formação do professor que ensina matemática, mobilizamos duas hipóteses teóricas mais específicas: a *matemática a ensinar* e a *matemática para ensinar*. A primeira, referindo-se ao objeto de ensino do professor e, a segunda, o conjunto de ferramentas que o professor deverá ter para ensinar a

---

<sup>4</sup> Valente (2019, p. 13), ao traduzir Barbier (2014, p. 9), apresenta: [...] “os saberes objetivados podem ser definidos como enunciados de proposições [...] de uma parte eles formalizam uma representação do real (eles dizem ‘alguma coisa’ sobre o real), de outra parte eles enunciam uma correspondência, uma ligação entre essa representação e o objeto representado”.



matemática a ensinar. Ambas estão em estreita articulação, mas é a última que se constitui como os saberes profissionais dos professores que ensinam matemática (BERTINI, MORAIS, VALENTE, 2017).

De modo geral, se investigamos uma matemática que representa o objeto e a ferramenta de trabalho do professor que ensina matemática, questões gerais norteiam nossas pesquisas: “Que saberes devem possuir os profissionais da docência?”; “Que matemática deve ser considerada na formação de professores dos primeiros anos escolares, tendo em vista a sua atuação profissional?”; “Do ponto de vista de uma análise histórica, que transformações sofre a matemática, ao longo do tempo, presente na formação de professores que atua nos anos iniciais da escolaridade?” (VALENTE, 2018, p. 50).

Assim, pontuadas as perguntas gerais, o período histórico, os tipos de fontes e as hipóteses teóricas, cabe-nos destacar quais interrogações nos inquietam neste momento: Em tempos de pedagogia intuitiva, como os manuais didáticos propunham a introdução do ensino de frações? Que prerrogativas os professores deveriam conhecer para ensinar/introduzir esse assunto matemático? Mais a frente, essas questões serão melhor detalhadas.

Lançando mão dessa estrutura investigativa, nos interessa compreender quais saberes docentes, relacionados ao ensino das frações, foram propostos em outros tempos. Que contribuições nosso estudo pode fornecer ao campo científico da história da educação matemática? E ao campo profissional da docência daqueles que ensinam matemática? Esse ensaio buscará um primeiro diálogo com essas perguntas.

## **2. PERSPECTIVAS PARA A CARACTERIZAÇÃO DE SABERES DA DOCÊNCIA**

Por que estudar saberes profissionais docentes pela perspectiva histórica? Por que investigar, historicamente, os saberes próprios da profissão de professor que ensina matemática, por exemplo, uma *matemática a ensinar* e uma *matemática para ensinar*? E se pensamos em saberes docentes específicos, podemos nos desafiar a pensar em subcategorias de saberes, tais como: *fração para ensinar*, *desenho para ensinar*, *multiplicação para ensinar*, etc?



Nosso grupo de pesquisa, assim como outros que se aprofundam na discussão dos saberes da docência, podem perpassar algum, ou alguns, dos 3 posicionamentos elencados por Hofstetter e Schneuwly (2020). Diferentes posicionamentos sobre as relações entre profissionalização e saber profissional determinam o "local de fala" dos saberes, ou melhor, determinam o local de discussão e constituição desses saberes<sup>5</sup>. Mas quais seriam esses posicionamentos e o que tem a matemática a e para ensinar a ver com isso?

Com raízes na história social da educação, tomando como referência os estudos de Hofstetter e Schneuwly (2017), e alinhadas à história cultural, conforme Chervel (1990) Chartier (1991) e De Certeau (1982), a *matemática a e para ensinar* são produtos de um processo científico, que demandou pesquisa, diálogo entre grupos de pesquisa, apropriação, reflexão, criatividade e síntese teórica. Atualmente, são hipóteses/categorias que fundamentam estudos históricos que buscam descortinar as matemáticas partícipes do processo de profissionalização docente de professores que ensinam matemática, como também evidenciam a importância de se conhecer os saberes específicos para o campo profissional dos professores, ou, ainda, pensar sobre uma epistemologia da *matemática do ensino* (VALENTE, 2020 – grifos nossos), uma epistemologia que entendemos diferente daquela disciplinar – daquela da matemática propriamente dita –, pois envolve elementos da profissão docente que lhe configuram um *status*, uma natureza distinta, como: os saberes didático-pedagógicos, os saberes da cultura escolar, os saberes do sistema de ensino, e outros, os quais lhe darão um caráter próprio, constituindo-se em uma epistemologia de saberes da docência.

Em recente trabalho, Valente (2020) propõe uma *matemática do ensino* como saber produzido no âmbito das relações existentes entre formação e ensino. Essas relações, envolvendo o campo disciplinar matemático, o campo disciplinar das ciências da educação e o campo profissional da docência em matemática, quando investigadas sob a perspectiva histórica, podem indicar saberes profissionais da docência, tais como, a matemática a ensinar e a matemática para ensinar. Logo, a "matemática do ensino revela em cada época as articulações estabelecidas entre a matemática a ensinar e a matemática para ensinar" (ibid., p. 167). A partir disso, entendemos que os trabalhos que consideram a matemática a ensinar

---

<sup>5</sup> Pode-se dizer que posicionamentos diferentes não excluem possibilidades de diálogos entre grupos de pesquisa, o que possibilita a todos dinamizarem e reverem suas produções e posicionamentos. Para mais informações sobre esse debate, ver Hofstetter e Schneuwly (2020, p. 44 - 48).



e a matemática para ensinar como categorias de análise para a constituição de uma matemática do ensino, se lançam ao desafio de elaborar uma epistemologia da matemática do ensino. Portanto, o termo que propomos neste texto, *epistemologia da matemática do ensino*, contempla as categorias/hipóteses teóricas que vimos mobilizando em pesquisas, bem como se enxerga colaborador da compreensão/elaboração/redação dessa epistemologia.

E essas matemáticas são fruto de algum dos posicionamentos elencados por Hofstetter e Schneuwly (2020)? Sim. Quando eles apontam sua tríade de posicionamentos de pesquisas, ajudam-nos a compreender de "onde falamos" e "porque consideramos" distintas matemáticas na história do ensino da matemática.

Em texto recente<sup>6</sup>, esses autores estabeleceram uma tipologia para a profissionalização docente. Dividiram essa tipologia em três posicionamentos. O primeiro, abrange uma discussão de autores que também levam em conta a perspectiva histórica, refere-se a publicações críticas sobre as reformas, sobre o sistema educacional (incluindo a ciência), sobre o contributo de sindicatos, de comissões estaduais, de poderes políticos e de pesquisadores que guiam os textos prescritivos. A crítica de Hofstetter e Schneuwly (2020) a este posicionamento se concentra na discussão entre liberdade ou controle sobre os professores<sup>7</sup>, uma vez que é possível que normativas, prescrições e outras formas de regulamentações, respaldadas na ciência (em campos disciplinares), possam restringir a autonomia docente quando impostas a esse núcleo profissional e, com isso, causar uma proletarização do trabalho docente.

O conjunto de autores que se enquadram ao posicionamento 1, debatem sobre os saberes produzidos pelos campos disciplinares que alicerçam a profissionalização docente, criticando a exacerbação da ciência como sendo a fonte de fornecimento dessa produção. Este posicionamento, na tríade tipológica, recebe a contextualização de: "saberes sobre o sistema escolar e a formação de professores: mecanismos de controle dos professores e dos alunos - governança da alma" (HOFSTETTER E SCHNEUWLY, 2020, p. 23).

---

<sup>6</sup> O texto recente ao qual nos referimos, intitulado *Professionnalisation et formation des enseignants: contribution à une typologie des interprétations concernant les enjeux de savoirs*, é uma atualização do texto publicado no livro *L'université peut-elle vraiment former des enseignants?*, de autoria de Rita Hofstetter, Bernard Schneuwly e Valérie Lussi Borer, de 2009.

<sup>7</sup> Hofstetter e Schneuwly (2020), ao comentarem sobre o posicionamento 1, não se referem a professores alienados ou submissos a prescrições, regras, normativas, saberes da ciência, etc.. Apenas chamam atenção que, independente de como agem ou pensam os professores, alguns grupos de pesquisa, que produzem ciência, consideram-se no controle da produção de saberes, colocando os professores como receptores desses saberes.



Sem excluir uma abordagem histórica ou empírica, o grupo de autores, alocados por Hofstetter e Schneuwly no posicionamento 2, procura analisar fenômenos técnicos, científicos, pedagógicos, sociais, e outros, com vistas a prever a evolução futura da profissionalização docente. É um grupo também atento aos riscos de um processo de proletarianização da profissão docente, contudo responsabilizam outros aspectos nesse processo, tais como: a "globalização, crescente complexidade, imperativos de eficiência dos sistemas" (ibid., p. 31). Parecem se aproximar do conjunto de autores do posicionamento 1, mas há motivações diferentes em suas pesquisas: uma delas, quando questionam sobre a natureza dos saberes a serem incluídos nos cursos de formação de professores ao invés da finalidade dos saberes incluídos - como fazem os autores do posicionamento 1; quando questionam o papel do campo disciplinar e da sua função na produção de saberes docentes ao invés de tomar o campo disciplinar como produtor unilateral de saberes.

Os autores alocados ao posicionamento 2, ao enxergarem o campo disciplinar sob outra lupa, o colocam como parceiro do campo profissional - vez que reconhece a importância de ambos na produção de saberes. Entendem que os saberes produzidos pelos campos disciplinares, nas universidades, provém de informações coletadas de práticas de ensino realizadas nas escolas, pelos professores em atuação, informações essas que são transformadas em saberes, dispostos, conseqüentemente, aos cursos de formação de professores. O campo profissional, por sua vez, alimenta-se dessa devolutiva, do processamento de saberes "universitarizados", das trocas entre professores em atuação com professores em formação. Uma retroalimentação de ambos os campos, teoria e prática se retroalimentando. Desse modo, essa produção de saberes deriva da práxis pedagógica e até para lembrar disso, Hofstetter e Schneuwly (2020) denominam esse tipo 2 de: "por uma verdadeira profissionalização: uma universitarização da formação e dos saberes mobilizáveis pela ação" (ibid., p. 23).

Em outro espectro, foram posicionados autores do tipo 3, posicionamento este, que nós, pesquisadoras, acreditamos nos encontrar. Nesse enquadramento, Hofstetter e Schneuwly colocam aqueles pesquisadores que "retratam, do ponto de vista da história e da sociologia das ciências, a evolução do campo disciplinar das ciências da educação em conexão com o da formação de professores", isto é, aquelas pesquisas que "examinam as relações entre o campo disciplinar e o campo profissional" (HOFSTETTER;



SCHNEUWLY, 2020, p. 38). Autores desse posicionamento 3, interrogam: como e por que o processo de profissionalização de professores se articula ao das transformações dos saberes em educação? Que saberes derivam da relação entre o processo de profissionalização docente e a disciplinarização das ciências da educação?

Nessa lógica do tipo 3, o campo profissional da profissão docente e o campo disciplinar das ciências da educação são reconhecidos como objetos históricos que estiveram em articulação e promoveram constantes transformações que resultaram/resultam na profissionalização docente. Dessa história, fica subentendido que registros foram produzidos, direcionamentos (políticos, culturais, econômicos, sociais, pedagógicos) marcaram épocas, personagens se destacaram, profissionais participaram e deixaram suas contribuições (tanto profissionais do campo da docência, como dos campos disciplinares das ciências da educação), isto é, ainda que o campo disciplinar tenha produzido saberes de referência para a docência, não estiveram isentos das contribuições do campo profissional. Logo, os saberes produzidos pelos autores do posicionamento 3 devem ter em conta essa estreita relação entre os campos aqui citados.

Dessa forma, o que investigar ao reconhecer a profissionalização docente como resultado desses objetos históricos, campos em articulação? Nesse momento, é oportuno retomar que podemos investigar a matemática a e para ensinar como resultado dessa articulação na qual nos reportamos. Dito de outro modo, ao assumir a profissionalização docente como um construto histórico, podemos sugerir categorias integrantes desse construto, como o caso da matemática a e para ensinar. E admitindo que essas categorias proporcionam um estudo da constituição histórica e social dos saberes da profissionalização docente de professores que ensinam matemática, podemos sugerir que nosso trabalho contribui para um certo aparato da *epistemologia da matemática do ensino*.

Logo a seguir, vamos ilustrar e discutir brevemente como as frações eram introduzidas para alunos das séries iniciais tendo em conta o método intuitivo. Que prerrogativas os professores deveriam conhecer para ensinar/introduzir esse assunto matemático? Neste texto, vamos tomar como exemplo os registros documentados pela obra de dois autores, Antônio Bandeira Trajano e George Augusto Büchler e, em trabalho futuro, apontar a análise sobre um conjunto de obras de mais 5 autores (MONTEIRO DE SOUZA, 1912; THIRÉ, 1914; ROCA DORDAL, 1915, BARRETO, 1915; TOLOSA, 192?).



Esperamos indicar subsídios para se pensar em uma matemática para ensinar frações, algo que faça parte da história da profissionalização docente dos professores que ensinam matemática.

### **3. SISTEMATIZANDO SABERES PROFISSIONAIS DA PEDAGOGIA INTUITIVA**

Há muito o ensino e aprendizagem das frações é discutido tanto no âmbito nacional como internacional, procurando determinar causas deste saber ser considerado complexo tanto em relação à aprendizagem quanto aos saberes profissionais requeridos para seu ensino. Dificuldades de compreensão dessa temática precisam ser investigadas. Aqui, nos concentramos no estudo sócio-histórico de saberes profissionais de referência para o ensino das frações ao tempo da pedagogia intuitiva. Nosso objetivo maior é sistematizar como estes saberes relacionados às frações vêm sendo apropriados pelos sistemas escolares no Brasil, pois queremos compreender, de cada momento histórico, os processos de objetivação destes saberes e, assim, estabelecer um conhecimento mais ampliado sobre os saberes profissionais de referência para o ensino de frações.

Mas, neste trabalho, apenas iniciamos o estudo para tentar caracterizar o saber profissional sobre frações na vaga intuitiva, visto que esta caracterização só é possível com o entrecruzamento de várias e diferentes fontes em um determinado período.

Consideramos também alguns estudos sobre o método intuitivo, como o de Ramires et al. (2020), Oliveira (2017) e Maciel (2019), que verificaram algumas características presentes em manuais deste período, em que a educação acompanhou avanços da psicologia e da fisiologia, de modo que a pedagogia intuitiva de ensino intuitivo foi vista como marco de um projeto modernizador da instrução primária brasileira durante os anos de 1870 até as primeiras décadas do século XX.

Com os trabalhos elencados acima, estabelecemos questões mais detalhadas para nos auxiliar em uma análise de manuais do período da pedagogia intuitiva, procurando encontrar elementos para colaborar em uma caracterização da matemática para ensinar frações, ou, concomitantemente, procurando colaborar na constituição de uma epistemologia da matemática do ensino em tempos de pedagogia intuitiva.



Então, para nos auxiliar nessa reflexão, as questões elaboradas foram: Há indícios de como o professor era orientado a começar o ensino de frações? Como iniciar? Por uma definição? Por um problema? Por um exemplo? Como desenvolve a explicação didático-pedagógica sobre o ensino de frações? Como sugere que seja graduado esse ensino? O ensino acontece do fácil para o difícil, ou do simples para o complexo<sup>8</sup>? O que está implícito no texto didático sobre os saberes prévios necessários para o ensino de fração?

Informamos que, para este trabalho, selecionamos manuais de August Büchler e a trilogia das Arithmeticas de Antônio Trajano: *Arithmetica Progressiva*, *Arithmetica Elementar Ilustrada* e *Arithmetica Primaria*<sup>9</sup>. Corroboramos com Souza (2010) e Oliveira (2013), quando afirmam que os livros dessa trilogia de Trajano também tiveram a finalidade de modernizar o ensino de Aritmética das escolas públicas e privadas do país, desde final do século XIX até meados do século XX. Iniciaremos por essa trilogia.

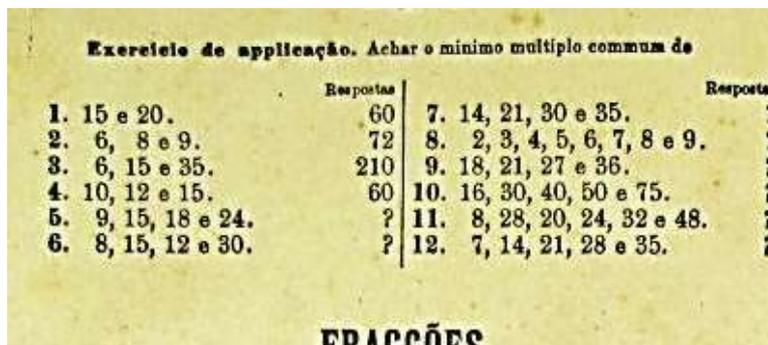
Em uma primeira análise, percebemos como Trajano se utiliza de gravuras como recomendado pelo método intuitivo – Figura 1. Nos três manuais, o conceito de frações é abordado da mesma forma, com mesmos tipos de gravuras. Tratava-se de ilustrações representando objetos do cotidiano da criança, buscando oferecer dados sensíveis à percepção e à observação dos alunos por meio das ilustrações.

---

<sup>8</sup> Conforme Valente (2015, p. 366): “O simples/complexo é par conceitual de tempos de permanência de uma pedagogia centrada no conteúdo, regendo o ensino por sua própria lógica interna. Já a dupla fácil/difícil resulta do aparato estatístico que produz a graduação dos elementos matemáticos que têm mais acertos/menos acertos quando submetidos a uma variada gama e número de alunos. Afasta-se, portanto, da lógica própria do conteúdo matemático e alinha-se àquela psicológica relativa aos alunos e às suas possibilidades”.

<sup>9</sup> Trajano iniciou sua produção de Manuais a partir do ano de 1877, quando passou a ser professor de Aritmética na Escola Americana, fundada em São Paulo, no ano de 1870. Assim, em 1879 surge a sua *Aritmetica Progressiva*, destinada para os alunos no ensino secundário e superior. No mesmo ano, surge a *Arithmetica Elementar Ilustrada* destinada para os alunos mais adiantados da escola primária. E fechando o seu ciclo aritmético, Antônio Trajano produziu, por volta dos anos oitenta e noventa dos Oitocentos, a sua *Arithmetica Primaria*, destinada para meninos e meninas nas escolas primárias. (SOUZA, 2010; OLIVEIRA, 2013; GUIMARAES et al., 2020)

**Figura 1** – Objetos divididos em partes iguais



**Exercício de aplicação. Achar o mínimo múltiplo comum de**

	Respostas		Respostas
1. 15 e 20.	60	7. 14, 21, 30 e 35.	?
2. 6, 8 e 9.	72	8. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9.	?
3. 6, 15 e 35.	210	9. 18, 21, 27 e 36.	?
4. 10, 12 e 15.	60	10. 16, 30, 40, 50 e 75.	?
5. 9, 15, 18 e 24.	?	11. 8, 28, 20, 24, 32 e 48.	?
6. 8, 15, 12 e 30.	?	12. 7, 14, 21, 28 e 35.	?

**FRAÇÕES**

Fonte: Trajano (1936, p. 50)

Oliveira (2013), percebeu a existência de dois modos distintos de Trajano utilizar as gravuras: um modo como sendo recurso didático (“aquela em que permanece apenas figurando ou acompanhando o enunciado do que se quer ensinar ou questionar” (ibid., p. 95)) e, o outro, como sendo método de ensino (“a ilustração foi utilizada como sendo o caminho viável para se chegar à solução” (ibid., p. 95)), a utilização das ilustrações como dispositivo didático e como estímulo da intuição e reflexão da criança.

Trajano definia fração ou quebrados como: “é uma parte ou mais partes iguais de uma unidade”. O manual conta com ilustrações como recurso didático, contribuindo assim para motivar os alunos no percurso do que se sabe para o que se ignora. De acordo com os princípios do método, é mais fácil ver e responder do que ouvir e copiar.

Os conteúdos de fração, como todos, foram dispostos de forma lógica com necessidade de pré-requisitos para passar para o próximo. Iniciava com o estudo dos números naturais, operações, propriedades dos números, frações ordinárias e decimais. Números decimais eram abordados antes da introdução do sistema métrico, em conformidade com as leis de ensino da época.

O caminho da abordagem consistia em: definições, regras, definições, exercícios resolvidos e, por fim, exercícios propostos. Trajano utilizava como estratégia de ensino as regras para facilitar a resolução. É possível identificar preocupação com os alunos quando se observa, em toda a obra analisada, as “notas” e as “soluções” como um “passo a passo” para o entendimento do conteúdo.

Para o desenvolvimento inicial do assunto, indicava o uso de ilustrações para mobilizar a ideia de fração como partes iguais de uma unidade dividida, fixando o conceito



de fração como parte de um inteiro. Utilizando as ilustrações de um inteiro, dois meios, três terços, quatro quartos, cinco quintos e seis sextos, definiu conceitos como meios, terços, quartos, quintos e sextos.

O autor organizou o conteúdo de frações do simples para o complexo, ou seja, partindo de conteúdos simples. Para isso, recorria à ilustração como auxílio da explicação. Também, como em um diálogo com o leitor, vai introduzindo concomitantemente a nomenclatura e a noção de quantas partes formam um inteiro: "Dividindo esta massa em duas partes iguais, cada uma das partes é a metade da outra, ou um meio da maçã, e se escreve com algarismos  $1/2$ " (1879, p.50). Faz o mesmo para terços, quartos, quintos e sextos.

Destaca a existência de dois tipos de frações, ordinárias e decimais, porém explica para o leitor que primeiramente tratará das ordinárias. Posteriormente, define regras para frações impróprias e próprias. Com esta sequência, podemos considerar que Trajano organizou os conteúdos de frações de forma lógica e gradual: de operações elementares seguia para frações e operações, números decimais e, a partir daí, seguem as grandezas e medidas acompanhado do estudo de razão e proporção, passando por juros e porcentagens.

Como dissemos, selecionamos também uma coleção de manuais<sup>10</sup> de August Büchler<sup>11</sup> (1884-1962), por considerá-lo mais um difusor das ideias intuitivas no Brasil (DYNNIKOV, 2016).

De acordo com Dynnikov (2016), Büchler reforça no prefácio de seus livros, ao dialogar com o leitor, orientações metodológicas trazendo uma súmula de ideias do método intuitivo: transição da vida familiar para a vida escolar; aproveitamento dos conhecimentos pré-escolares, exibição real dos objetos em vez de apresentação de teoria dos números, reprodução de regras abstratas ou memorização; colocação de bases seguras para o conhecimento prático; o espírito infantil só é capaz de noções concretas pela intuição direta. O autor reforça suas propostas para uso do método intuitivo, indicando, sempre que possível, a leitura do livro *Lições de Coisas*, traduzido por Rui Barbosa, de 1886.

---

<sup>10</sup> Aritmética Elementar. Vol. 1(1942); Arithmetica Elementary. Vol. 2. (1923). . Arithmetica Elementar. Vol. 3. (1924). Disponíveis no Repositório da UFSC.

<sup>11</sup> George Augusto Büchler (1884-1962), de origem germânica, chegou ao Brasil por volta de 1905, a fim de trabalhar numa escola alemã. Nessa escola, ele ensinou Aritmética, Inglês e Português. Büchler esteve na escola alemã até 1917, quando esta instituição foi fechada. Foi autor de livros escolares de Aritmética com ampla circulação (TRINDADE, 2018).

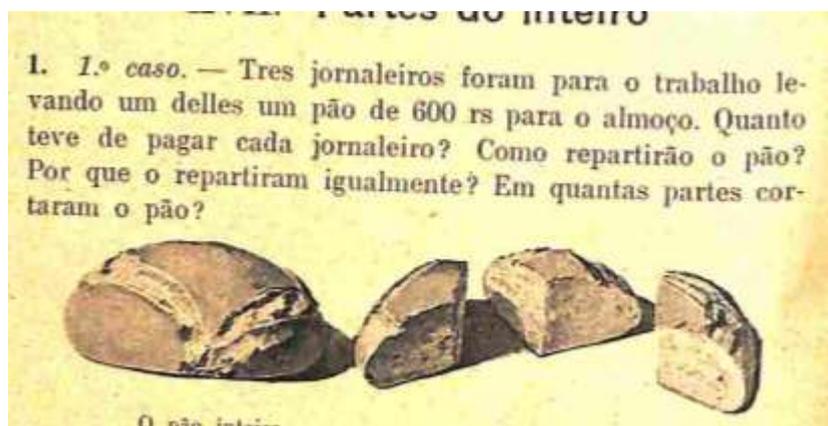


Em seus manuais, Büchler introduz conceitos a partir da vivência cotidiana. Cria uma família imaginária de onde retira situações e problemas a serem discutidos com e pelas crianças, na escola. Outro diferencial do autor são as recomendações aos professores sobre a necessidade de interação com o mundo da criança: partir das “coisas”, objetos do mundo real, de coisas conhecidas pelas quais a criança por meio da intuição sensível pudesse alicerçar seus conhecimentos. Por sinal, entendemos que essa recomendação é uma apropriação de Büchler sobre a base de pensamento de Pestalozzi.

Utilizando-se de figuras que lembram o contexto familiar, principalmente que remetem a alimentos simples, Büchler introduz os assuntos que se relacionam às frações. As imagens são colocadas em todas as lições e os alunos são estimulados, nos problemas, a produzir seus próprios desenhos; são utilizadas também para completar a compreensão do conceito abordado. O conceito de fração é introduzido no segundo volume da coleção após unidades de medidas ordinárias, como unidades de tempo e numeração romana.

Inicia o estudo de frações sem citar esse nome. Primeiro, introduz a ideia de divisão, usando um problema que divide um pão em diferentes partições/situações: dividir o pão em 3 partes iguais, entre 3 pessoas, dividir o pão em quatro partes e distribuir entre três pessoas, etc. – Figura 2. Após problematizar situações explorando a divisão de um inteiro em diferentes números de partes e distribuir entre diferentes números de pessoas, o autor convida o leitor a organizar os dados discutidos em uma tabela. O caminho é sempre do simples para o complexo, do que se sabe para o desconhecido, ou seja, ao mesmo tempo que ele busca avançar da ideia de divisão para a ideia de fração, também usa de recursos didáticos familiares às crianças (como figuras de pão) para se chegar às tabelas e às nomenclaturas.

**Figura 2** – Divisão de um pão em 3 partes a partir de um problema



Fonte: Büchler (1923, p. 144)

Com a tabela, Büchler parece chamar a atenção para a nomenclatura e a escrita de terços, quartos. Após, trabalhar com o conceito de metade. Em seguida, ainda sem usar o termo "fração", apresenta a divisão entre inteiros em que se obtém restos e, somente na seção seguinte, vai trabalhar o termo fração relacionado às partes que o resto foi dividido. Exemplo: ao dividir 5 laranjas em 3 pessoas, as 2 laranjas que restaram ainda poderiam ser divididas em partes iguais, ou frações iguais ( $\frac{2}{3}$  para cada criança). Por sua vez, cada criança receberia 1 laranja mais  $\frac{2}{3}$  das laranjas restantes, isto é,  $1 + \frac{2}{3}$  (BÜCHLER, 1921). Ao que tudo indica, essa exemplificação de Büchler tenta mostrar uma relação entre os *processos de divisão que são requisitados no problema e as frações ou partes que podem ser divididas certas quantidades* (como o caso das 5 laranjas). Além disso, é com uma breve explicação desse problema que ele abrange a soma entre número inteiro e fração, indicando a introdução de números mistos, bem como inseri a operação de adição no assunto tratado.

Podemos dizer que ele se utiliza de uma abordagem prática (no sentido de com pouca explicação abranger vários pontos do tema a ser tratado), com exercícios e problemas com “linguagem da vida prática”, principalmente do contexto familiar, situações que faziam o aluno agir para aprender. A sequência de apresentação de frações inicia com problemas a serem respondidos a partir da compreensão dos enunciados e examinando as ilustrações, passando para exercícios sobre as noções aprendidas envolvendo diferentes combinações, ou seja, uma abordagem analítica.



A lição dos primeiros passos de frações está organizada de tal forma que o professor possa partir dos enunciados dos problemas e propor perguntas que vão caminhando em direção à descoberta dos conceitos. Após este diálogo, o autor sugere atividades em que aplica tais conceitos que o conduzirão à solução desejada, analisando também as gravuras ilustrativas dos problemas. Assim, os alunos seriam encaminhados a decompor as ilustrações para dialogar com o problema proposto e responder as questões.

#### **4. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os manuais analisados apontam que os autores, a partir do método intuitivo, orientavam que o ensino de fração deveria ser ilustrado, exemplificado, o mais próximo do cotidiano dos alunos, daquilo que os alunos conheciam, de objetos conhecidos por eles, visando a apropriação do conceito pela via dos sentidos.

Trajano inicia dividindo o todo em duas partes iguais, tomando uma metade do inteiro, em seguida, por meio de gravuras, explicita terços, quartos, quintos e sextos. Por outro lado, Büchler segue a ordem de apresentação levando em conta a familiaridade que as crianças percebiam seu cotidiano. Desse modo, inicia problematizando a divisão de um inteiro em uma situação significativa para a criança, considerando a divisão em partes, primeiro terços, quartos e, depois, meios.

Os dois autores utilizam a ilustração para motivar o aluno, o que é intrínseco ao método intuitivo, no entanto, Büchler orientava a interpretação da figura assim como do enunciado. Quanto à explicação didático-pedagógica sobre o ensino de frações, em Büchler é possível perceber mais ênfase nas orientações ao ensino de fração do que em Trajano. Trajano utiliza as ilustrações; Büchler utiliza, além de ilustrações, as tabelas e o diálogo, detalhando as situações até chegar à resolução dos problemas.

Com essa análise, podemos perceber que a produção de saberes profissionais docentes não está dada, ela demanda de um processo de sistematização que devemos apurar em fontes diversas, como manuais didáticos, programas de ensino, etc. Exemplo: aqui, pontuamos alguns elementos que poderiam ser considerados como saberes a ensinar e para ensinar frações, tais como: em Trajano, os saberes a ensinar estão postos do ensino de meios, terços, quartos, quintos, sextos, com a definição de fração sendo inicialmente apresentada;



enquanto em Büchler, ele indica o estudo da divisão de um inteiro em terços, quartos, a nomenclatura dos terços e quartos, depois o estudo da divisão com restos e, somente depois, a relação entre *divisão com resto e fração*.

Tanto em Trajano, como em Büchler, os saberes para ensinar frações perpassam o método intuitivo no sentido de reconhecer o uso de ilustrações para aguçar a percepção dos alunos, para o reconhecimento das partes de inteiros; requisitam os problemas para tratar do assunto a ser estudado, indo além disso, como no caso de Büchler, ao trazer elementos da vida cotidiana dos alunos. Isso mostra o movimento de um período para preparar os professores para aquilo que se entendia como o "ideal" para a época. Esses exemplos, ainda entendidos como saberes para ensinar, ao serem somados a outros, podem se constituir em uma matemática para ensinar frações. Então, esperamos ter contribuído para um conjunto de saberes profissionais que aos poucos vão se constituindo em uma *matemática do ensino de frações*. Com isso, também esperamos ter colaborado para uma possível epistemologia da matemática do ensino, incrementando a (história da) profissionalização docente de professores que ensinam matemática e o próprio campo científico da história da educação matemática.

## 5. REFERÊNCIAS

BARRETO, R. **Série graduada de matemática elementar**: escrita para uso das escolas primárias e secundárias do E. de S. Paulo. Volume 2. São Paulo: Escolas profissionais Salesianas, 1915.

BERTINI, L. F.; MORAIS, R. S.; VALENTE, W. R. **A Matemática a ensinar e a Matemática para ensinar**: novos estudos sobre a formação de professores. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

BÜCHLER, G. A. **Aritmética Elementar**. Vol. 1. 4a ed. São Paulo: Melhoramentos, 1942.

BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar**. Vol. 2. 3a ed. São Paulo: Melhoramentos, 1921.

BÜCHLER, G. A. **Arithmetica Elementar**. Vol. 3. 2a. São Paulo: Melhoramentos, 1924.



CHARTIER, R. O mundo como representação. **Revista de Estudos Avançados**, São Paulo, v. 11, n. 5, p.173-191, 1991.

CHERVEL, A. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. **Teoria & Educação**, 2, 1990. p. 177-229.

DE CERTEAU, M. de. A operação historiográfica. In: **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982, p.56-104.

DYNNIKOV, C. M. S. S. Representações de aritmética no livro de Georg Büchler. **Revista de História da Educação Matemática**, v. 2 n.1, p. 96-116, 2016.

GUIMARÃES, M. D.; SILVA, M. R. I. S.; FRANÇA, D. M. Que aritmética para ensinar sistema métrico decimal? Saberes profissionais para o seu ensino. **Educação em Questão**, v. 58, p. 1-22, 2020.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. **Saberes em (trans) formação: tema central da formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 113-172.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. "Profissionalização" e formação de professores: uma tipologia dos saberes de referência para a docência. In: VALENTE, W. R. (org.). **Ciências da educação, campos disciplinares e profissionalização: saberes em debate para a formação de professores**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2020. p. 17-60.

HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B.; BORER, V. Professionnalisation des enseignants et développement des sciences de l'éducation. contribution à une typologie des interprétations à propos des nouveaux enjeux de savoirs et pouvoirs. In: ÉTIENNE, R.; ALTET, M.; LESSARD, C.; PAQUAY, L.; PERRENOUD, P. (orgs.). **L'université peut-elle vraiment former les enseignants? Quelles tensions? Quelles modalités? Quelles conditions?** Bruxelles, BE: De Boeck Supérieur, 2009, p. 29-51.

MACIEL, Viviane Barros. **Elementos do saber profissional do professor que ensina matemática: uma aritmética para ensinar nos manuais pedagógicos (1880-1920)**. 2019. 312 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência, Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2019.

MONTEIRO DE SOUZA, A. **Aritmética Elementar**. Rio de Janeiro: Typ. do Jornal do Comércio de Rodrigues & C., 1910.

OLIVEIRA, M. A. **Antônio Bandeira Trajano e o método intuitivo para o ensino de Arithmetica (1879-1954)**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Tiradentes, Aracaju, 2013.



OLIVEIRA, M. A. **A Aritmética Escolar e o Método Intuitivo**: Um novo saber para o curso primário (1870 – 1920). 280 f. Tese (Doutorado em Ciências) - Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2017.

RAMIRES, K.; FRANÇA, D.M.; SANTOS, E.S.C. Um "novo" olhar sobre as frações segundo o manual Primeira Lições de Coisas. ENAPHEM, V, 2020, Natal. **Anais...** Natal, UFRN, 2020. p. 1-5, evento on-line.

ROCA DORDAL, R. **Aritmética Escolar**: exercícios e problemas para escolas primárias, famílias e colégios. (Livro do mestre). São Paulo: Livraria Francisco Alves, 1915.

SOUZA, T. L.L. **Elementos históricos da educação matemática no Amazonas**: livros didáticos para ensino primário no período de 1870 a 1910. Dissertação (mestrado em educação matemática). Campo Grande: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2010.

THIRÉ, A. **Aritmética dos Principiantes**. 3. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1914.

TRAJANO, A. B. **Aritmética Primária**. 12. ed. Rio de Janeiro: Cia. Typ. do Brazil, 1895.

TRAJANO, A. B. **Aritmética Elementar Ilustrada**: ensino teórico e prático. 109. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1936.

TRAJANO, A. B. **Aritmética Progressiva**. 84. ed. Rio de Janeiro: Livraria Francisco Alves, 1954.

TRINDADE, D. A. **As Artes de Medir**: saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950. Tese (Doutorado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência). – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Paulo, São Paulo, 2018.

TOLOSA, B. M. **Caderno de problemas arithmeticos**. 2º anno preliminar. São Paulo: Monteiro Lobato, [192-?].

VALDEMARIN, V. T. O método intuitivo. In: DERMEVAL SAVIANI et al. **O Legado Educacional do Século XIX**, e. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2014. p. 81-125.

VALENTE, W. R. História da educação matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil. **Cadernos de História da Educação**, v. 14, n. 1, jan./abr. 2015, p. 357-367.

VALENTE, W. R. O saber profissional do professor que ensina matemática: história da matemática a ensinar e da matemática para ensinar em construção. In: DASSIE, B. A.; COSTA, D. A. (orgs.) **História da educação matemática e formação de professores**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018. p. 49-83.

---

**XIX Seminário Temático Internacional**

*A pesquisa sobre o saber profissional do professor que ensina matemática: história e perspectivas atuais*

Osasco – São Paulo, 20 a 22 de maio de 2021

GHEMAT-Brasil



ISSN: 2357-9889

---

VALENTE, W. R. Saber objetivado e formação de professores: reflexões pedagógico-epistemológicas. **Revista História da Educação** (Online), v. 23, p. 1-22, 2019.

VALENTE, W. R. História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino. **REMATEC**, [S. l.], v. 15, n. 36, p. 164-174, 2020.