

## REFLEXÕES SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Wagner Barbosa de Lima Palanch<sup>1</sup>  
Alessandra Domingues Doce de Castro<sup>2</sup>

### RESUMO

O estudo tem como objetivo a pesquisa da introdução do ensino da Geometria associado ao desenvolvimento do pensamento geométrico olhando para o Currículo Paulista (São Paulo, 2019) no Ensino Fundamental Anos Iniciais, cujo documento está alinhado à Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), buscando construir nos alunos o saber matemático nas situações que compõem o pensamento geométrico amparado nos níveis de conhecimento da Pesquisa de Van Hiele. Elaborar conceitos matemáticos para que os alunos aprendam as relações geométricas com situações reais de suas vidas. Este artigo aborda uma proposta de ensino voltada para estas reflexões, e para isso, desenvolve um breve Histórico da Geometria e análise documental dos quais pudemos evidenciar resultados de aproximações entre a Teoria de Van Hiele e no Currículo Paulista, pois ambos de forma sequencial demonstram contextos com figuras geométricas de níveis iniciais de pensamento geométrico até níveis mais complexos. O aprendizado passa a fazer sentido para o aluno, tanto para seu cotidiano como promove a busca de uma autonomia de conhecimento diante dos objetos de conhecimento e habilidades a serem desenvolvidas em Geometria.

**Palavras-chave:** Currículo. Ensino Fundamental. Van Hiele. Pensamento Geométrico.

### REFLECTIONS ON THE DEVELOPMENT OF GEOMETRIC THINKING

#### ABSTRACT

The study aims to research the introduction of the teaching of Geometry associated with the development of geometric thinking looking at the Paulista Curriculum (São Paulo, 2019) in Elementary School Initial Years, whose document is aligned with the National Common Curricular Base (Brazil, 2018), seeking to build mathematical knowledge in students in the situations that make up geometric thinking supported by the levels of knowledge of the Van Hiele Research. Develop mathematical concepts so that students learn geometric relationships with real situations in their lives. This article addresses a teaching proposal focused on these reflections, and for that, it develops a brief History of Geometry and document analysis from which we could evidence results of approximations between Van Hiele's Theory and the Paulista Curriculum, as both sequentially demonstrate contexts with geometric figures from initial levels of geometric thinking to more complex levels. Learning begins to make sense for the student, both for their daily lives and promotes the search for an autonomy of knowledge in the face of objects of knowledge and skills to be developed in Geometry.

**Keywords:** Curriculum. Elementary School. Van Hiele. Geometric Thinking.

<sup>1</sup>Doutor em Educação de Matemática pela PUC-SP. Professor na Instituição UNICSUL, São Paulo, São Paulo, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9473-407X>. E-mail: wagnerpalanch@gmail.com.

<sup>2</sup>Mestranda em Ensino de Ciências pela Instituição UNICSUL. MBA Executivo em Auditoria FGV/UFC São Paulo, São Paulo, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2516-6448>. E-mail: adocecastro@gmail.com.

## **REFLEXIONES SOBRE EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO**

### **RESUMEN**

El estudio tiene como objetivo investigar la introducción de la enseñanza de la Geometría asociada al desarrollo del pensamiento geométrico mirando el Currículo Paulista (São Paulo, 2019) en la Escuela Primaria Anos Iniciais, cuyo documento está alineado con la Base Curricular Común Nacional (Brasil, 2018), buscando construir el conocimiento matemático en los estudiantes en las situaciones que componen el pensamiento geométrico apoyado en los niveles de conocimiento de la Investigación Van Hiele. Desarrollar conceptos matemáticos para que los alumnos aprendan relaciones geométricas con situaciones reales de su vida. Este artículo aborda una propuesta didáctica centrada en estas reflexiones, y para ello, desarrolla una breve Historia de la Geometría y análisis de documentos a partir de los cuales pudimos evidenciar resultados de aproximaciones entre la Teoría de Van Hiele y el Currículo Paulista, ya que ambos demuestran secuencialmente contextos con figuras geométricas desde niveles iniciales de pensamiento geométrico hasta niveles más complejos. El aprendizaje comienza a tener sentido para el estudiante, tanto para su vida cotidiana como para promover la búsqueda de una autonomía del saber frente a los objetos de conocimiento y las habilidades a desarrollar en Geometría.

**Palabras clave:** Currículo. Enseñanza fundamental. Van Hiele. Pensamiento Geométrico.

## INTRODUÇÃO

O artigo apresentado tem por propósito apresentar reflexões da História da Educação Matemática na atualidade através da análise do Currículo Paulista (São Paulo, 2019) com ênfase na Geometria. Nossa sociedade sempre esteve e está em contínua evolução, através da educação revela-se a riqueza de descobertas e avanço em todas as áreas do conhecimento. Os documentos que registraram e registram estes degraus do novo saber não podem deixar de ser lidos, revistos e analisados como autênticos documentos escritos durante muitas épocas e momentos importantes para o conhecimento. A análise documental permite reconhecer no passado e possibilitar através dos tempos uma compreensão social, sempre evoluindo na produção de novos saberes, utilizando novas possibilidades de técnicas em um caminho metodológico que conduzirá para novos estudos e pesquisas, sendo relevante condutora de informações para as pesquisas em Ensino e Educação da Matemática.

Esta proposta de estudo será amparada pelos cinco níveis de conhecimento da Pesquisa de Van Hiele, para analisar a introdução do ensino da Geometria associado ao desenvolvimento do pensamento geométrico olhando para o Currículo Paulista (São Paulo, 2019), cujo documento está alinhado à Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), buscando construir nos alunos o saber matemático nas situações que compõem o pensamento geométrico. Esse pensar matemático com foco na Geometria é conhecido como pensamento geométrico, o objetivo geral é permitir que haja uma reflexão sobre a importância do conhecimento matemático para o desenvolvimento da autonomia no aluno e as formas metodológicas e didáticas que podem ser utilizadas, permitindo que ocorra maior clareza e objetividade no processo de compreensão.

A palavra Geometria ao estudarmos seu conceito e sua origem grega, do ponto de vista etimológico e do seu significado está dividida em duas partes ou compostas por dois termos distintos: *Geo* = terra e *métron* = medida. A geometria é uma das divisões (ramo) da matemática que se ocupa da posição e forma de objetos no espaço, e estuda as questões de propriedade, tamanho, força e posições relativas entre figuras, o pensamento algébrico-geométrico que vem desde os Egípcios, Babilônios, Gregos, Hindus e Árabes, passando pela Renascença e chegando aos dias atuais. Já a palavra de origem árabe “al-jabr” restauração, verificando-se que na Espanha ainda hoje designa o médico que

cuida de fraturas (em virtude da ocupação espanhola pelos muçulmanos), enquanto o termo “muqabala” significa comparação. Com o passar dos tempos, a palavra álgebra se impôs como sinônimo de “al-muqabala”. Posteriormente os hindus introduzem um símbolo completamente novo e até então desconhecido no sistema de numeração, o zero. Com a propagação da cultura dos hindus por meio dos árabes estes levam à Europa os denominados "Algarismos arábicos", de invenção dos hindus, (Vasconcellos, 1925). Portanto, é importante resgatar na História os povos que originaram tanto a geometria como a álgebra, seus conceitos e pensamentos para fazermos uma conexão com a realidade, permitindo compreender que as teorias e suas descobertas se iniciaram de fatos concretos e de abstrações (Aranha, 1998). Sendo assim, as expressões algébricas e a geometria não constituiriam um problema para o aluno e sim um verdadeiro desafio. Os registros de representações de um determinado objeto matemático podem se apresentar em exercícios de Geometria, bem como demonstrar conceitos que trazem uma contribuição no ensino do aluno na visualização das figuras e uma melhor aprendizagem.

Assim analisando os objetos de conhecimento e habilidades para Geometria no Currículo Paulista poderemos verificar se estes objetivos são contemplados: exploração das relações entre as figuras e propriedades e suas aproximações com a Teoria de Van Hiele.

Portanto, não basta conhecer os teoremas em geometria isoladamente, como se fossem independentes, descontextualizados e sem sentido, sendo importante saber que estão interligados e que existe uma linearidade que deve ser acrescida de uma rede de significados utilizados frequentemente na nossa realidade cotidiana (Machado, 1994). Despertar no aluno a capacidade de desenvolver o pensamento geométrico, bem como a habilidade de converter uma linguagem escrita em linguagem matemática, são aspectos que visa acrescentar contribuições aos demais estudos já elaborados no tocante à Geometria no atual contexto educacional, sendo a importância da atribuição de significados:

Esta nos parece ser a chave para a emergência, na escola ou na pesquisa, de um trabalho verdadeiramente interdisciplinar: a ideia de que conhecer é cada vez mais conhecer o significado, de que o significado de A

constrói-se através das múltiplas relações que podem ser estabelecidas entre A e B, C, D, E, X, T, G, H, W, etc, estejam ou não as fontes de relações no âmbito da disciplina que se estuda. Insistimos: não se pode pretender conhecer A para, então, poder-se conhecer B ou C, ou X, ou Z, mas conhecimento de A, a construção do significado de A faz-se a partir das relações que podem ser estabelecidas entre A e B, C, X, G,... e o resto do mundo. (MACHADO, 2002, p. 190-191)

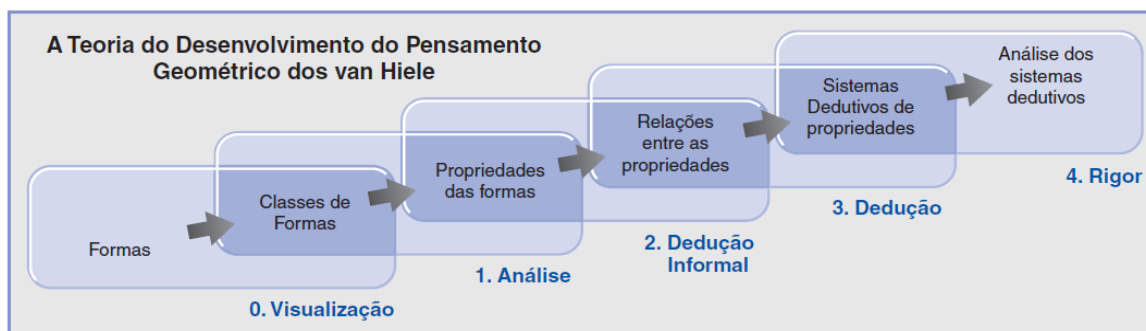
## REFERENCIAL TEÓRICO

O pensamento geométrico fonte de estudo dentre vários autores, há uma Pesquisa iniciada em 1959 por dois educadores holandeses, Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, que apresenta uma hierarquia de cinco níveis de processos de pensamento em vários contextos geométricos: a visualização, a análise, a dedução informal, a dedução e o rigor. Assim temos como resultado uma maior apreensão de conhecimento pelos alunos na Geometria, e, esta pesquisa possui quatro características fundamentais: os níveis são sequenciais, não dependem da idade, a experiência geométrica é fator crucial e a comunicação, ou seja, o ensino ou a linguagem não podem estar em um nível acima do estudante de um determinado objeto de pensamento (Van de Walle, 2009).

Outra característica da pesquisa de Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, é que os objetos e os produtos de pensamento vão evoluindo quanto maior for o conhecimento, experiências com figuras geométricas e desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, desde o reconhecimento das formas até o desenvolvimento do pensamento geométrico na análise dos sistemas dedutivos.

Na figura a seguir podemos observar a hierarquia de cinco níveis de processos de pensamento da Teoria de Van Hiele, que demonstra esta evolução à medida em que os objetos ou ideias são criados, se relacionam para seguir e ser foco de um nível posterior:

**Figura 1:** Os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele



**Fonte:** Van de Walle (2009, p.443)

Os níveis do pensamento geométrico de Van Hiele descrevem os processos de pensamento nos contextos geométricos, buscam demonstrar como pensamos, os tipos de ideias de como pensamos geometricamente, são os objetos de pensamento dos quais somos capazes de pensar (Van de Walle, 2009). Podemos seguir estabelecendo estas ideias da seguinte forma conforme a Teoria:

No aspecto da visualização representada pelo nível 0 há o reconhecimento por parte dos alunos das formas geométricas, principalmente na aparência ocorre o reconhecimento destas formas.

No aspecto da análise representada pelo nível 1 há uma identificação por parte dos alunos das classes das formas geométricas, suas propriedades das formas: simetria, paralelas, dentre outras. O objeto de pensamento se desloca da forma para as suas propriedades.

No aspecto da dedução informal representada pelo nível 2 há um pensar sobre as propriedades dos objetos matemáticos, um desenvolvimento das relações entre as propriedades, poderão fazer conjecturas com um argumento dedutivo informal, tanto sobre as formas quanto as propriedades das figuras geométricas. Objeto de pensamento passa a ser as propriedades das formas.

No aspecto da dedução representada pelo nível 3 há o desenvolvimento de conjecturas e estabelecer relações entre as propriedades dos objetos geométricos, neste nível os argumentos dos alunos são dedutivos. O objeto de pensamento passa a estar voltado para a aplicação de sistemas com axiomas e teoremas na geometria.

No aspecto do rigor representado pelo nível 4, sendo o mais elevado nível da Teoria dos Van Hiele, há uma atenção para os sistemas axiomáticos. O objeto de

pensamento enfatiza não somente as deduções dentro de um sistema mas as distinções e relações entre os diferentes axiomas, assim os produtos de pensamento se caracterizam por estas comparações entre os sistemas axiomáticos e teoremas na geometria.

Assim podemos observar que conforme a Teoria dos Van Hiele que os produtos de pensamento em cada nível representam os objetos de pensamento do nível seguinte, portanto, importante que as ideias dos objetos de pensamento possam ir se relacionando para sempre estarem orientados no ensino dos níveis mais simples de forma sequencial para níveis mais complexos, buscando o desenvolvimento do conhecimento no aluno para pensamento geométrico.

O desenvolvimento das ideias de conceitos de Geometria e do senso do pensamento geométrico com ênfase em alunos desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, são fundamentais desde os primeiros anos. Podemos verificar a importância das implicações da Geometria para outras áreas curriculares, tais como: medidas (compreensão das relações entre área e perímetro ou superfície e volume), raciocínio proporcional (os objetos geométricos semelhantes tem dimensões proporcionais uma forma excelente para o desenvolvimento de espaço e visualização), a Álgebra (aliada à Geometria com a representação gráfica e figural, juntamente com a computação permite a simulação das formas) e inteiros (o plano de coordenadas conecta o posicionamento dos números, positivos e negativos na demonstração no plano e no espaço). Como propor vivências para os alunos com os objetivos de Geometria com base em dois referenciais: o raciocínio espacial ou senso espacial e o conteúdo específico? Dentre algumas propostas podemos estimular o desenvolvimento do pensamento geométrico com estratégias na resolução de problemas envolvendo experiências geométricas ricas e interessantes; interagindo com seus vários usos e interpretações; e possibilitando lidar com as situações diárias que incluem os quatro objetivos para a Geometria que são constituídos pelos pilares: formas e propriedades, transformação, localização e visualização, conforme Van de Walle (2009).

A pesquisa de dois educadores holandeses, Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof iniciado em 1959 desde os anos iniciais da Educação Infantil até Ensino Médio, demonstra uma proposta de reflexão para que a geometria possa ser aprendida com parâmetros e estratégia de ensino, sendo a relação aluno e professor fundamentais neste processo de aprendizagem.

Conforme Van de Walle (2009), a geometria pode proporcionar e trazer conexões matemáticas, e apresenta algumas propostas de intervenção na aula de matemática destinadas à Educação Infantil envolvendo blocos geométricos (Geoblocks), recortes de figuras (quebra-cabeça Mosaico) sempre relacionado ao mundo real, e à medida em que se avançam nos objetos matemáticos a utilização de softwares de geometria dinâmica tais como: o The Geometer's sketchpad, o Cabri-geometre e a régua e compasso dentre outros, e ressalta que estas experiências significativas acontecem para que o aluno perceba que a construção de um determinado objeto matemático após uma reflexão pode estar relacionado com outro objeto, independentemente da movimentação ou modificação aplicada e a relação entre eles é mantida. Desde a Educação Infantil, os alunos precisam construir ideias, sequências, conceitos de visão espacial, serem “desafiados” para desenvolver tais habilidades. Para isso, devemos fazer alguns questionamentos: De que modo os alunos podem ser ajudados a conectar o pensamento geométrico às ideias do mundo real? Quais atividades tem significado para que eles possam avançar? As figuras geométricas estão em toda parte e precisam ser trabalhadas em várias situações do nosso cotidiano. Quantificamos, medimos e comparamos nas mais variadas situações: vemos muitos objetos com formas geométricas entre nós, fazemos a estimativa (visualização mental), medimos, estabelecemos relação de medidas, aproximação espacial, muitas vezes, de forma inconsciente e através do uso de tecnologias por exemplo, a geometria poderá ser ensinada:

Foi escolhido o software de geometria dinâmica Cabri Géomètre II programa que estimula e dinamiza o estudo da geometria, por constituir ferramenta que interage com o estudante, que constrói e investiga as propriedades geométricas, estabelecendo conjecturas em tempo real. Isso nos permite afirmar que, numa construção geométrica feita com softwares de geometria dinâmica, é possível comprovar, validar ou não as hipóteses, testando-as tantas vezes quanto se queira, enquanto na geometria estática – régua e compasso – tem-se numa construção apenas um teste. Entendemos, com isso, que o nível de raciocínio dos alunos que se utilizam dessas estratégias pode aproximar-se de um objetivo maior do ensino de geometria, que é fazer com que eles desenvolvam habilidades de visualização, percepção espacial, análise, argumentação lógica e criatividade na resolução de problemas da área da matemática, da física, das artes ou mesmo de outras áreas do conhecimento humano.

(Talavera, 2004, p.120)



Diante da pesquisa de Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, podemos nos aprofundar nos cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico como sendo importante fonte de investigação, pesquisa e reflexão do professor na elaboração de suas aulas, principalmente nos primeiros anos do Ensino Fundamental, aliados ao conhecimento dos alunos e no Currículo:

O modelo Van Hiele foi construído para figuras geométricas planas, mas é usado também para as figuras geométricas espaciais. Os autores destacam que a passagem de um nível para o outro depende da exploração que o professor faz em sala de aula das figuras geométricas. Consideram que essa passagem não é homogênea, que o estudante pode estar em um dos níveis para um tipo de conhecimento geométrico e em outro nível para outro tipo, por exemplo. Consideramos importante que o professor conheça esses níveis e que o planejamento de suas aulas proporcione a evolução do pensamento geométrico, sempre com base nos conhecimentos dos alunos e no currículo. Os estudos de Van Hiele (1986) apresentam cinco níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico: Visualização, Análise, Dedução Informal, Dedução, Rigor.

(Curi, 2021, p.6).

O Currículo Paulista terá proposta de mostrar como se apresenta a Geometria e a inserção do pensamento geométrico no papel na formação integral nos alunos do Ensino Fundamental Anos Iniciais. Neste sentido demonstrar como o eixo da geometria aparece no Currículo Paulista (São Paulo, 2019), buscamos apresentar um estudo paralelo entre o documento curricular do Estado de São Paulo e a Teoria de modo que possamos refletir sobre suas consonâncias e similaridades no que tange o pensamento geométrico.

Foi homologado em primeiro de agosto de 2019, o Currículo Paulista é um documento de caráter normativo que possui as competências e habilidades essenciais para a educação integral dos estudantes do Estado de São Paulo, bem como um documento direcionador da formação docente e demais políticas públicas, em consonância com os preceitos da BNCC:

Contempla as competências gerais discriminadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada pelo Conselho Nacional de Educação (CNE) e homologada em 20 de dezembro de 2017, bem como os currículos e as orientações curriculares das redes de ensino públicas e privadas. O Currículo Paulista define e explicita, a todos os profissionais da educação que atuam no Estado, as competências e as habilidades essenciais para o desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos

estudantes paulistas e considera sempre sua formação integral na perspectiva do desenvolvimento humano.

(SEE-SP/UNDIME-SP, 2019, p. 11)

Assim ele representa um marco importante na promoção da melhoria da qualidade na Educação do Estado de São Paulo conforme o documento descreve, seja na aprendizagem dos alunos, na formação inicial e continuada de professores, na criação de materiais didáticos, na elaboração das avaliações e na constituição estrutural dos critérios que promovam o desenvolvimento da educação. O Currículo Paulista na área da Matemática possui cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística em consonância com a BNCC, e inseridas em cada uma destas unidades estão as ideias fundamentais: a equivalência, a ordem, a proporcionalidade, a aproximação, a variação, a interdependência e a representação.

A Geometria é importante no aspecto da articulação com as demais disciplinas, promovendo aos estudantes o conhecimento do mundo e o desenvolvimento do pensamento geométrico:

Seu estudo deve propiciar aos estudantes a compreensão do mundo em que vive, e desenvolver a capacidade de descrever, representar, localizar-se; estudar sua posição e deslocamentos; identificar formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais, desenvolvendo, assim, o pensamento geométrico. Em relação ao desenvolvimento de habilidades de percepção espacial, entre as quais destacam-se a memória visual (a capacidade de recordar um objeto que não está mais no campo de visão, relacionando suas características com outros objetos), a percepção de figuras planas (diz respeito ao ato de focalizar uma figura específica em um quadro de estímulos visuais) e a discriminação visual (a capacidade de distinguir semelhanças e diferenças entre objetos; a classificação de formas e objetos e suas propriedades dependem da habilidade de isolar características comuns ou únicas que permitem a comparação por semelhança ou diferença). As habilidades de percepção espacial apoiam processos cognitivos relacionados à leitura e à escrita. Além disso, capacidades de localização espacial e o desenvolvimento de altas habilidades matemáticas também se relacionam à ampliação da percepção espacial. O desenvolvimento dessa habilidade pode se dar por meio da proposição de atividades geométricas problematizadoras, que envolvam experimentação e investigação, e manipulação de materiais.

(SEE-SP/UNDIME-SP, 2019, p. 321-322).

O Currículo Paulista conforme descrito possui aproximações com a Teoria de Van Hiele, as quais explanaremos a seguir nos objetos de conhecimento que ora apresentam um conceito ou um procedimento, dos quais são mobilizadas habilidades que analisaremos de forma comparativa com os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

A Base Nacional Comum Curricular no Ensino Fundamental Anos Iniciais no plano da Geometria:

No Ensino Fundamental – Anos Iniciais, espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, *tablets* ou *smartphones*), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de *softwares* de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p.272).

## **ANÁLISE DO CURRÍCULO PAULISTA E A TEORIA DE VAN HIELE**

Por fim, apresentamos um paralelo entre o Currículo Paulista e a Pesquisa de Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, demonstrando como a Geometria se apresenta para os alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, de modo que possamos refletir sobre aproximações entre o documento e a teoria. O Organizador Curricular do Currículo Paulista está desenhado, para Matemática, contemplando as unidades temáticas da seguinte maneira: as habilidades (indicam o que deve ser ensinado em relação aos objetos de conhecimento), os objetos de conhecimento (se apresentam como um conceito ou um procedimento para desenvolver as habilidades) e os verbos são utilizados para esclarecer os processos cognitivos inseridos nas habilidades, os quais estão inseridos em cada ano do Ensino Fundamental. Já na Teoria de Van Hiele tem-se cinco níveis dos modos da compreensão das ideias espaciais que tornam processos de pensamento utilizados em contextos geométricos e os produtos de pensamento em cada nível são os objetos de pensamento do nível seguinte: o nível 0 (visualização), nível 1 (análise), nível 2 (dedução informal), nível 3 (dedução) e nível 4 (rigor).

Nos 1º e 2º anos do Currículo Paulista observa-se o reconhecimento, os nomes das figuras geométricas com a realidade do aluno e as relações com seu mundo (como as formas são parecidas ou diferentes), nomear, explorar as formas e a localização espacial no ambiente; o que também observamos na explicação do nível 0 (visualização) de Van Hiele que estuda o pensamento geométrico no âmbito também das formas e como são parecidas, nestes anos os alunos precisam de experiências com diversas formas bi e tridimensionais: ideias com relação às formas e localização, agrupar as figuras que tenham semelhanças (como proposta inicial de descoberta pelo professor das propriedades que os alunos possuem com relação ao pensamento geométrico inicial), o reconhecimento pelos alunos das formas no ambiente em que estão e noções espaciais e as propriedades das formas: lados paralelos, simetrias, ângulos, etc podem estar neste nível 0 mas de uma maneira informal e observacional.

Nos 3º e 4º anos observa-se uma evolução para a classificação, localização, simetria e congruência entre as figuras geométricas com a realidade do aluno e as relações com seu mundo (como as formas possuem propriedades, características e estão inseridas em uma mesma classe) o que não reconheciam no nível 0 de maneira explícita, agora observamos no nível 1 (análise) de Van Hiele avançando para as propriedades das formas. Os alunos passam a considerar as formas dentro de uma classe, evoluindo para não mais observar uma forma particular de figura, significa pensar as particularidades das figuras geométricas, ou seja, suas propriedades de uma maneira mais formal: diagonais, lados paralelos, dentre outras. Uma observação importante é que a diferença deste nível 1 para o nível 0 é o objeto de pensamento ir evoluindo e refinando para as definições como simetria e ângulos retos por exemplo, mas sempre levando em conta as formas e desenhos das figuras aprendidas no nível 0.

No 5º ano observa-se uma exploração do pensamento geométrico sobre o plano cartesiano com maior ênfase: coordenadas cartesianas e a representação de deslocamentos no plano cartesiano (compreensão das diferentes representações para localizar os objetos no plano): mapas, células em excel, localização ou movimentação de objetos no plano cartesiano indicando alterações de direções, sentidos e giros, associar figuras espaciais a suas planificações fazendo conexões com suas características (analisar, nomear e comparar seus atributos), estudo das figuras planas: características, representações e ângulos

(congruência), comparar polígonos com material de desenho ou tecnologias digitais, o que também observamos no nível 2 (dedução informal) de Van Hiele avançando para as relações entre as propriedades de objetos geométricos. Os alunos começam a ser encorajados a desenvolver um argumento dedutivo informal sobre formas e propriedades, as provas são de caráter mais intuitivo, mas é importante que o argumento lógico deverá estar presente. Este nível de pensamento é o momento para iniciar os alunos a fazer conjecturas e questionamentos nas representações geométricas.

Assim, o ensino ou a linguagem a ser desenvolvida para o aluno não pode ser em um nível superior, permitindo o protagonismo do aluno perante o pensamento geométrico, além da mediação do professor diante das técnicas e contextualizações que devem ser apresentadas aos discentes. Evidenciar contextos com figuras em que o aluno compreenda o seu papel na sociedade e sinta-se inserido ao meio em que se encontra, torna-se fundamental para que seu aprendizado faça sentido para si e promova a busca de um conhecimento concreto e eficaz, diante dos objetos de conhecimento e habilidades desenvolvidas no Currículo Paulista com grande ênfase.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este artigo propôs, como objetivo geral, foi o de analisar como se apresenta a geometria no Currículo Paulista segundo os níveis de pensamento geométrico da teoria de Van Hiele nos anos iniciais do Ensino Fundamental para desta forma investigar e refletir se, a partir deste documento, é possível encontrar apoio para o professor trabalhar e desenvolver o pensamento geométrico no ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental, juntamente com o conhecimento de seus alunos. Através dos autores citados o embasamento de uma pesquisa bibliográfica que demonstre uma proposta de ampliar os conhecimentos com uma metodologia que vem ao encontro do desenvolvimento do pensamento geométrico resultando em autonomia, pensamento abstrato e espacial na resolução de problemas pelos alunos de uma maneira que possam fazer uma conexão com sua realidade. Estas são propostas das disciplinas da Álgebra e da Geometria, bem como a habilidade de converter uma linguagem escrita em linguagem matemática, que visam acrescentar contribuições aos demais estudos elaborados no atual contexto educacional. A importância da atribuição de significados, construir, reconstruir e simular através de

figuras, números, gráficos, tabelas através da utilização das tecnologias são possibilidades reais de ampliação de saberes matemáticos. Mas não podemos deixar de considerar a preparação com seriedade para que a aula tenha êxito, requer formação do professor, direcionamento ao conteúdo que pretende desenvolver e, principalmente, a comunicação aluno e professor que serão fundamentais para que os resultados sejam alcançados. A tecnologia cada vez mais presente no contexto educacional, requer que aluno e professor estejam engajados na apropriação desta ferramenta não para competir com esta, mas para constituir-se de uma ferramenta de apoio para o conhecimento de todos.

Concluimos que para que estas possibilidades de interatividade, conexão e espírito crítico, requer do professor e do aluno uma verdadeira motivação mútua para que a aprendizagem de fato ocorra nos aspectos ferramentas e ambientes:

O professor de matemática, para melhorar a qualidade do discurso, deve encorajar e aceitar o uso de computadores, calculadoras e outras tecnologias; materiais concretos usados como modelos; figuras, diagramas, tabelas e gráficos; termos e símbolos inventados e convencionais; metáforas, analogias e histórias; hipóteses escritas, explicações e argumentos; apresentações orais e dramatizações. O professor de matemática deve criar um ambiente de aprendizagem que promova o desenvolvimento o potencial matemático de cada aluno fornecendo e estruturando o tempo necessário para explorar a matemática segurança e inserir ideias e problemas significativos; usando o espaço físico e materiais de modo que facilitem a aprendizagem de matemática pelos alunos; fornecendo um contexto que encoraje o desenvolvimento de habilidades e proficiência matemática; respeitando e valorizando as ideias, os modos de pensar e as disposições matemáticas dos alunos; e consistentemente esperando e encorajando os alunos a trabalhar de modo independente ou colaborativo para atribuir e construir significados para a matemática; assumir riscos intelectuais levantando questões e formulando conjecturas; expor um senso de competência matemática validando e defendendo ideias com argumentos matemáticos. (Van de Walle, 2009, p.558).

E para o aluno a saber:

escutem, respondam e questionem o professor e os demais alunos; usem uma variedade de ferramentas para raciocinar, estabelecer conexões, resolver problemas e se comunicar; proponham e iniciem problemas e questões; façam conjecturas e apresentem soluções; explorem exemplos e contraexemplos para investigar uma conjectura; tentem se convencer e aos outros da validade de representações,

soluções, conjecturas e respostas particulares; se baseiem em evidências e argumentos matemáticos para determinar a validade. (Van de Walle, 2009, p.558).

Buscamos também demonstrar que através da leitura deste artigo novas propostas de estudos voltados para a articulação de conteúdos e disciplinas, bem como interdisciplinaridade, para que sejam ensinados em conjunto e não de maneira compartimentada, para que o conhecimento seja construído com significado para o aluno, sempre sob a mediação e orientação do professor.

## REFERÊNCIAS

ARANHA, M. L. de A. **História da Matemática**. 2ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 1998.

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR. **Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação no contexto escolar: possibilidades**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/implementacao/praticas/caderno-de-praticas/aprofundamentos/193-tecnologias-digitais-da-informacao-e-comunicacao-no-contexto-escolar-possibilidades?highlight=WyJocSJd>. Acesso em 16 dez. 2020

CURI, E. **Algumas reflexões sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico no Currículo de Matemática da Cidade de São Paulo**. Universidade Federal de Pernambuco. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/250560>. Acesso em: 11 set. 2021.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática: A Alegoria como Norma e o Conhecimento como Rede**, 1994. 266 p. Tese (Livre-Docência). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e Didática - As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. 5ª edição. São Paulo: Cortez Editora, 2002.

União dos Dirigentes Municipais de Educação do Estado de São Paulo. **Currículo Paulista**. São Paulo: SEE-SP/UNDIME-SP, 2019.

TALAVERA, L. M. B. **Geometria dinâmica e reconstrução do pensamento geométrico grego na sala de aula**. *Exacta*. Vol. 2, p. 117-132. São Paulo: UNINOVE, novembro 2004.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6ª edição. Porto Alegre: Artmed, 2009.



VASCONCELLOS, F. de A. e. **História das Matemáticas na Antigüidade.**  
Aillaud e Bertrand: Paris Lisboa, 1925.